



Universidade de Brasília
Faculdade de Educação
Programa de Pós-Graduação em Educação

**Construção de conceitos de grandezas e medidas
nos anos iniciais: comprimento, massa e capacidade**

Cília Cardoso Rodrigues da Silva

Brasília
2011

Cília Cardoso Rodrigues da Silva

**Construção de conceitos de grandezas e medidas
nos anos iniciais: comprimento, massa e capacidade**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação da Faculdade de Educação da Universidade de Brasília (UnB) como parte dos requisitos exigidos para obtenção do título de Mestre em Educação.

Orientador: Prof. Dr. Cristiano Alberto Muniz

Brasília
2001

Cília Cardoso Rodrigues da Silva

**Construção de conceitos de grandezas e medidas
nos anos iniciais: comprimento, massa e capacidade**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação da Faculdade de Educação da Universidade de Brasília (UnB) como parte dos requisitos exigidos para obtenção do título de Mestre em Educação.

Orientador: Prof. Dr. Cristiano Alberto Muniz

Aprovada em 6 de maio de 2011.

Banca Examinadora:

Prof. Dr. Cristiano Alberto Muniz
Presidente
UnB

Prof^a Dr^a Marilena Bittar
UFMS

Prof. Dr. Cleyton Hércules Gontijo
UnB

Prof^a Dr^a Regina da Silva Pina Neves
Suplente
UFG

Ao companheiro amigo, esposo Jorge,
que sempre me impulsionou a crescer.

Aos filhos Felipe, Pedro e Guilherme,
que a cada dia me desafiam a fazer diferente.

Aos alunos e à professora,
pela coragem e ousadia de participar deste estudo
com alegria, entusiasmo, criatividade, curiosidade, dúvidas, enfim,
por me mostrar que é possível fazer diferente e a diferença em sala de aula.

AGRADECIMENTOS

À Deus, por minha existência.

A meus pais, por me trazerem ao mundo.

Ao Jorge, pelo carinho, amor, compreensão e ajuda.

Aos filhos, por entenderem esse processo de quase ausência.

Aos amigos e parentes, por compreenderem meu distanciamento temporário.

Aos colegas do mestrado, por fazerem parte dessa construção.

À escola, por me acolher e acreditar que é possível aprender e ensinar grandezas e medidas de um jeito diferente...

Ao professor Cristiano Muniz, que, com seu jeito acolhedor, sua “escuta sensível”, sua dedicação, profissionalismo, compreensão, paciência etc., proporcionou-me momentos de reflexões, conflitos e novas aprendizagens.

À professora Albertina Martinez, por me convidar a participar da caixa de areia e me desafiar o tempo todo a responder: “Que raio de professora e pesquisadora eu sou?”

Aos demais participantes do programa da pós-graduação da FE/UnB, que, de alguma forma, fizeram parte desse estudo.

À Secretaria de Estado de Educação do DF, por proporcionar dois anos de afastamento remunerado para estudos.

Aos teóricos que me auxiliaram a escrever e responder minhas inquietações.

Aos participantes da banca: prof. Cleyton Hércules Gontijo, prof^a Marilena Bittar e prof^a Regina Pina, pelas valiosas sugestões e contribuições.

E por fim, a mim mesma, pela coragem em me aventurar a desenvolver essa pesquisa e ter consciência de que as inquietudes continuam.

O homem é um microcosmo, um mundo reduzido – *minor mundus* – ao mesmo tempo estrutural e elementar, ao qual o universo inteiro vem se referir. Sua cabeça, coroada de raios, é redonda como o céu; seus olhos são como as grandes luminárias – o sol e a lua; os sete orifícios dos seus sentidos lembram as sete harmonias celestes; seu peito, de onde vem a respiração e a tosse, reflete o ar onde se agitam os ventos e as tempestades; seu ventre recebe os líquidos como o mar e os rios; seus pés suportam os pesos dos corpos como a terra suporta todas as coisas; seus ossos representam a dureza das pedras; suas unhas crescem como as árvores e seus cabelos são belos como as ervas que cobrem o campo. Ele é o *minor mundus*, que participa ao mesmo tempo da vida vegetativa das plantas, sente como os animais e pensa como os anjos. Como tal, criado a imagem de Deus, encarregado do domínio sobre todos os seres vivos, o homem é o padrão universal. Seus dedos, suas mãos, seus pés, seus braços e seu passo são as unidades para se medir todas as coisas.

Autoria desconhecida (In: SILVA, 2004, p. 61).

RESUMO

SILVA, Cília Cardoso Rodrigues da. *Construção de conceitos de grandezas e medidas nos anos iniciais: comprimento, massa e capacidade*. 2011. Dissertação (Mestrado) – Faculdade de Educação, Universidade de Brasília, 2011.

O presente trabalho apresenta uma reflexão sobre o processo de aprendizagem e ensino e de ensino da matemática no que se refere às grandezas e medidas, assim como, da formação de conceitos nesses temas. A reflexão sobre a prática docente nos anos iniciais traz a seguinte problemática – as tarefas propostas em sala de aula favorecem o desenvolvimento conceitual das grandezas e medidas: comprimento, massa e capacidade nos anos iniciais? A pesquisa foi desenvolvida numa escola pública do Distrito Federal, especificamente, numa sala de aula de 4º ano do Ensino Fundamental, tendo como objetivo analisar a formação de conceitos no campo das grandezas e medidas: comprimento, massa e capacidade. Estabelece um diálogo com a Teoria dos Campos Conceituais proposta por Gérard Vergnaud (2009); com a abordagem histórico-cultural de Lev Semenovitch Vigotsky (2000); com outros autores como Brolezzi (1996), Cunha (2008), Lanner de Moura (1995) e Muniz, Batista e Silva (2008). A trajetória metodológica foi baseada na “Epistemologia Qualitativa” e o cenário de pesquisa proporcionou um movimento em que pesquisadora e sujeitos participantes (alunos e professora) tiveram a oportunidade de interagir entre si. A pesquisa participante mostrou a importância da aprendizagem das grandezas e medidas nos anos iniciais; permitiu um possível rompimento com a ordem histórica dos currículos e livros didáticos; desvinculou o ensino de medidas na escola, baseado em unidades e padrões estabelecidos, transformações mecânicas de múltiplos e submúltiplos e permitiu novos saberes para o ensino de grandezas e medidas nos anos iniciais; apontou novas estratégias pedagógicas e didáticas para o “fazer matemático” em sala de aula no que se refere às grandezas e medidas; acrescentou aos doze princípios propostos por Batista, Muniz e Silva (2002), outros oito que podem contribuir para a formação desses conceitos e, por fim, destacou a importância de proporcionar e promover formação continuada e em serviço aos profissionais da educação dos anos iniciais.

Palavras-chave: educação matemática, quantidades contínuas, grandezas e medidas

ABSTRACT

SILVA, Cília Cardoso Rodrigues da. *Construção de conceitos de grandezas e medidas nos anos iniciais: comprimento, massa e capacidade*. 2011. Dissertação (Mestrado) – Faculdade de Educação, Universidade de Brasília, 2011.

This study presents a reflection on the process of learning and teaching mathematics with regard to largeness and measures, as well as the formation of concepts in these subjects. Reflection on teaching practice in elementary school brings the following issues: The proposed tasks in the classroom conducive to the development of conceptual largeness and measures: length, mass and capacity in elementary school? The study area was a public school in the Federal District, specifically, a classroom of 4th grade of elementary school. Thus, aimed to analyze the processes of learning-teaching students of 4th grade of elementary school; the formation of concepts in the field of largeness and measures: length, mass and capacity. We established a dialogue with the Theory of Conceptual Fields proposed by Gérard Vergnaud (2009); with Historical-cultural approach of Lev Semenovitch Vygotsky (2000), with other authors as Brolezzi (1996), Cunha (2008), Lanner de Moura (1995) and Muniz, Batista and Silva (2008). The methodology was based on "Qualitative Epistemology." The scenario of research provided a movement in which researcher and subject participants (students and teacher) had the opportunity to interact with each other. The participative research showed the importance of learning largeness and measures in the elementary school; allowed a possible rupture with the historical order of curricula and textbooks; disengaged from the education measures in schools - based on units and established patterns, mechanical processing of multiples and submultiples - and allowed new knowledge to the teaching of largeness and measures in the elementary school; pointed to new pedagogical strategies and teaching to "do math" in the classroom with regard to largeness and measures, and added to the twelve principles, as initially proposed, eight new principles that can contribute to the formation of concepts regarding the topic and, finally, stressed the importance of providing and promoting continuing education and on the job training to education professionals of the elementary school.

Keywords: mathematics education in elementary school, continuous quantities, largeness and measures.

RESUMEN

SILVA, Cília Cardoso Rodrigues da. *Construção de conceitos de grandezas e medidas nos anos iniciais: comprimento, massa e capacidade*. 2011. Dissertação (Mestrado) – Faculdade de Educação, Universidade de Brasília, 2011.

Este trabajo presenta una reflexión sobre el proceso de aprendizaje y enseñanza de las matemáticas en relación a las magnitudes y medidas, así como la formación de conceptos en estos temas. La reflexión sobre la práctica docente en los primeros de escuela primaria trae lo siguiente tema: Las tareas propuestas en clase propician para el desarrollo conceptual de las magnitudes y medidas: longitud, masa y capacidad en los primeros años de escuela primaria? El área de estudio fue una escuela pública en el Distrito Federal, Brasília, específicamente, una clase de 4^o año de la escuela primaria. Por lo tanto, el objetivo de profundizar en los procesos de los estudiantes de enseñanza-aprendizaje de 4^o año de educación primaria, la formación de conceptos en el campo de las magnitudes y medidas: longitud, masa y capacidad. Hemos establecido un diálogo con la Teoría de Campos Conceptuales propuesta por Gérard Vergnaud (2009), con el enfoque histórico-cultural de Lev Semionovich Vygotsky (2000), con otros autores como Brolezzi (1996), Cunha (2008), Lanner de Moura (1995) y Batista, Muniz y Silva (2002). La metodología se basó en "Epistemología cualitativa". El escenario de la investigación proporciona un movimiento en el que el investigador y los participantes sujetos (alumnos, profesor y investigador) tuvieron la oportunidad de interactuar unos con otros. La investigación participativa demostró la importancia del aprendizaje de las magnitudes y las medidas en los primeros años de educación primaria, permitió una posible ruptura con el orden histórico de los planes de estudio y libros de texto; desvinculó las medidas de educación de las unidades e normas establecidas, la transformación mecánica de múltiplos y submúltiplos y permitió nuevos conocimientos para la enseñanza de las magnitudes y medidas en los primeros años de la escuela primaria, se refirió a nuevas estrategias pedagógicas y la enseñanza de "hacer matemáticas" en clases con respecto a las cantidades y medidas, y se añadió a los doce principios, propuestos de início, más ocho que pueden contribuir a la formación de conceptos sobre el tema y, por último, puso de relieve la importancia de proporcionar y promover la educación continua y la formación de los profesionales de la educación de los primeros años de educación primaria.

Palabras clave: enseñanza de las matemáticas, las cantidades continuas, las magnitudes y medidas.

RÉSUMÉ

SILVA, Cília Cardoso Rodrigues da. *Construção de conceitos de grandezas e medidas nos anos iniciais: comprimento, massa e capacidade*. 2011. Dissertação (Mestrado) – Faculdade de Educação, Universidade de Brasília, 2011.

Cette étude présente une réflexion sur le processus d'apprentissage et d'enseignement des mathématiques en fonction des grandeurs et des mesures, ainsi que la formation des concepts chez l'enfant. La réflexion sur l'enseignement pratique dans les premières années de l'école primaire apporte les questions suivantes: Les tâches proposées dans la salle de classe propice au développement de conception des grandeurs et mesures: longueur, masse et la capacité dans les premières années de l'école primaire? La zone d'étude était une école publique dans le District Fédéral, plus précisément, une classe de 4^e année du primaire. Ainsi, visait à examiner les processus d'enseignement-apprentissage des étudiants de 4^e année de l'enseignement primaire, la formation de concepts dans le domaine des grandeurs et mesures: longueur, masse et de capacité. Nous avons établi un dialogue avec la théorie des champs conceptuels proposée par Gérard Vergnaud (2009); avec l'approche histoire-culturelle de Lev Semenovich Vygotsky (2000), avec d'autres auteurs comme Brolezzi (1996), Cunha (2008), Lanner de Moura (1995) Muniz et Batista et Silva (2002). La méthodologie a été basée sur «Epistémologie qualitative.» Le scénario de la recherche a fourni un mouvement dans lequel chercheurs et les participants (étudiants et professeurs) ont eu l'occasion d'interagir les uns avec les autres. La recherche participative a révélé l'importance de l'apprentissage des grandeurs et des mesures dans les premières années, a permis à une éventuelle rupture avec l'ordre historique des programmes et des manuels, désengagé de mesures d'éducation dans les unités en milieu scolaire et des normes, le traitement mécanique des multiples et sous-multiples et a permis de nouvelles connaissances pour l'enseignement des grandeurs et des mesures dans les premières années de l'école primaire, souligné à de nouvelles stratégies pédagogiques et didactiques à «faire des mathématiques» dans la salle de classe en ce qui concerne les grandeurs et les mesures et a ajouté aux douze principes initialement proposé, plus huit qui peuvent contribuer à la formation des concepts concernant le sujet et, enfin, souligné l'importance d'offrir et de promouvoir l'éducation permanente et la formation continue aux professionnels de l'éducation de la petite enfance.

Mots-clés: l'enseignement des mathématiques, les quantités continues, des grandeurs et des mesures.

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Protocolo da menina Luíza do 4º ano do Ensino Fundamental, 9 anos .	44
Quadro 2 – Cenário da pesquisa.....	76
Quadro 3 – Demonstração das intenções	81
Quadro 4 – Cronograma da construção das informações.....	82
Quadro 5 – Cronograma geral das ações no período da pesquisa	82
Quadro 6 – Totalidade das participações no cenário de pesquisa	90
Quadro 7 – Orientações didáticas discutidas na coordenação pedagógica	92
Quadro 8 – Registros dos alunos	140
Quadro 9 – Registros dos alunos e da professora	141
Quadro 10 – Confluência dos resultados a partir das análises das informações produzidas.....	194

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – A relação entre a lógica do conteúdo e a lógica do processo no espaço escolar.....	50
Figura 2 – Trajetória dos conceitos espontâneos e dos conceitos científicos	53
Figura 3 – Esquema que representa intervenção no processo aprendizagem-ensino	126
Figura 4 – O que é maior? Do chão até o umbigo ou do umbigo até a cabeça?	144
Figura 5 – A relação entre a lógica do conteúdo e a lógica do processo no espaço escolar.....	203

LISTA DE IMAGENS

Imagem 1 – Pés carimbados no papel pardo para definir a unidade padrão da turma	110
Imagem 2 – Alunos procuram mm na fita métrica	114
Imagem 3 – Procurando mm na fita métrica.....	114
Imagem 4 – Dividindo tira de papel em dez partes iguais	115
Imagens 5 e 6 – Alunos descobrindo o decímetro utilizando fita métrica.....	117
Imagem 7 – Aluno utilizando o metro dividido em decímetros para medir coisas na sala.....	118
Imagem 8 – Alunas dividiram a cartolina em quatro pedaços e escreveram 1 metro em cada parte	120
Imagem 9 – Professora realizando intervenção	120
Imagem 10 – Alunas buscando outros esquemas de ação.....	121
Imagem 11 – Alunas utilizam a fita métrica e marcam a cartolina de 10 em 10.....	122
Imagem 12 - Onde fica o número 100 na fita métrica?	124
Imagem 13 – Aluna mostra o metro construído depois da intervenção da professora e da pesquisadora.....	124
Imagem 14 – Escolha de uma bandeirinha feita pelos alunos para servir como modelo	127
Imagem 15 – Aluno Guille realiza intervenção com o colega Beto.....	128
Imagens 16 e 17 – Aluno Guille utiliza o corpo (dedos) como instrumento para explicar ao colega Beto a metade de meio dos 11,5 cm	129
Imagem 18 – Aluno medindo altura da estante utilizando cano de PVC.....	133
Imagens 19 e 20 – Alunos Guille e Beto encostam na estante para compararem a sua altura com a da estante	135
Imagem 21 – Beto considera que cada buraquinho da estante equivale a 2 cm	136
Imagem 22 – Guille e Beto discutem e escrevem a altura da estante.....	137
Imagem 23 – Alunas medindo comprimento do quadro	138
Imagens 24 e 25 – Alunas escrevem no quadro números de 1 a 46 no espaço de uma extremidade a outra do cano de PVC	139

Imagem 26 – Intervenção da professora com a aluna Babi	140
Imagem 27 – Medindo comprimento do chão até umbigo.....	143
Imagens 28 e 29 – Professora e alunos discutindo qual intervalo era maior	144
Imagem 30 – Conversa da professora com o aluno João sobre sua sequência numérica	150
Imagem 31 – Alunos pensando na sequência numérica	151
Imagem 32 – Aluno segurando as embalagens para descobrir qual era a mais pesada	152
Imagem 33 – Aluno simula estar segurando o quilo de sal para perceber sua massa	154
Imagem 34 – Alunos percebendo a massa do quilo de sal	155
Imagem 35 – Aluno conferindo na balança a massa do quilo de sal.....	157
Imagem 36 – Utilizando balança digital para descobrir a massa das embalagens .	159
Imagem 37 – Balança digital	160
Imagem 38 e 39 – Modelos de balança de prato	165
Imagem 40 – “O que é mais pesado baixa e o que é mais leve sobe”	167
Imagem 41 – Alunos medindo com a régua o cordão que sustenta o prato da balança.....	169
Imagem 42 e 43 – Aluna comparando a massa dos saquinhos de bolinhas de gude e de areia com o creme de leite	171
Imagem 44 – Aluna comparando a massa dos pesos construídos pela professora e pesquisadora com o creme de leite.....	172
Imagem 45 – Aluno comparando a massa dos três saquinhos de areia com o creme de leite.....	173
Imagens 46 e 47 – Empolgação dos alunos ao experiencarem o transvasamento de líquidos.....	175
Imagem 48 – Alunos e professora discutindo a relação entre líquido/litro e sólido/quilo	177
Imagens 49 e 50 – Alunos e professora discutem se a água tem peso ou não	180
Imagem 51 – Aluna explica para professora e colegas como é possível medir a água	183

Imagens 52, 53 e 54 – Alunos experienciando várias possibilidades de se medir a capacidade de um mesmo recipiente utilizando unidades de medidas diferentes (copos de diversos tamanhos)	185
Imagem 55 – Professora escreve no quadro o nome dado ao mililitro pelos alunos – “mililitros e milímetro” – para continuar instigando os alunos a descobrirem o nome da medida	187
Imagens 56, 57 e 58 – Diversos materiais e instrumentos para se trabalhar com a grandeza capacidade	189
Imagens 59, 60 e 61 – Alunos descobrindo o ml.....	190

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

DF	Distrito Federal
EF	Educação Fundamental
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais
PNLD	Programa Nacional do Livro Did
SBEM	Sociedade Brasileira de Educação Matemática
SND	Sistema de Numeração Decimal
TAD	Teoria Antropológica do Didático
TCC	Teoria dos Campos conceituais
UnB	Universidade de Brasília
ZDI	Zona de Desenvolvimento Imediato
ZDP	Zona de Desenvolvimento Proximal

SUMÁRIO

1 APRESENTAÇÃO: BREVES PALAVRAS PARA EXPOR A PESQUISA.....	19
2 MEMORIAL: DELIMITAÇÃO DO OBJETO DE PESQUISA EM MINHA TRAJETÓRIA EDUCATIVA.....	19
2.1 Que raio de professora eu sou? E que pesquisadora quero ser?	19
3 CONVERSA INICIAL – APRESENTAÇÃO DA PESQUISA: OBJETO DE PESQUISA, QUESTÕES DA PESQUISA, OBJETIVO GERAL E OBJETIVOS ESPECÍFICOS	29
3.1 A história está apenas começando: minhas intenções.....	29
3.2 Objetivo geral.....	31
3.3 Questões da pesquisa	31
3.4 Objetivos específicos.....	31
3.5 E a conversa continua... ..	32
4 DISCUSSÃO TEÓRICA	34
4.1 Sala de aula – Espaço do saber: lugar onde se encontram os “Seres Matemáticos” .	34
4.2 O campo conceitual e o processo de construção dos conceitos de grandezas e medidas	40
4.3 A formação dos conceitos: aprendizagem-ensino de grandezas e medidas.....	48
4.4 Grandezas e medidas: as relações dos pares discreto/contínuo e qualidade/quantidade na produção do conhecimento matemático.....	55
4.5 Comprimento, Massa e Capacidade no contexto da sala de aula.....	64
5 CONSTRUÇÃO DAS INFORMAÇÕES – TRAJETÓRIA METODOLÓGICA.....	73
5.1 Caminhos a serem percorridos.....	73
5.2 Uma escola viva, dinâmica e democrática	82
5.3 Os protagonistas desta história: Sala de aula, lugar onde se encontram os “seres matemáticos”	85
5.4 Cenário de pesquisa: uma dinâmica desafiadora.....	88
6 ANÁLISE DAS INFORMAÇÕES CONSTRUÍDAS – OS DESAFIOS DE APRENDER-ENSINAR AS GRANDEZAS E MEDIDAS COMPRIMENTO, MASSA E CAPACIDADE	94

6.1 Conversa dialogada com a professora – os conceitos que contribuem para a aprendizagem de grandezas e medidas.....	94
6.2 O que é medir – O que pensam os alunos e a professora	99
7 RESULTADOS – AS TRÊS GRANDES CATEGORIAS: COMPRIMENTO, MASSA E CAPACIDADE.....	103
7.1 Grandeza comprimento	103
7.2 Grandeza massa	146
7.3 Grandeza capacidade.....	174
8 OS PRINCÍPIOS – ÉRAMOS 12 E AGORA SOMOS 20 PRINCÍPIOS PARA A CONSTRUÇÃO DE CONCEITOS DAS GRANDEZAS E MEDIDAS	192
9 CONSIDERAÇÕES FINAIS	201
REFERÊNCIAS.....	207
BIBLIOGRAFIA COMPLEMENTAR	209
APÊNDICE A – Oficina ministrada na escola para construir o cenário de pesquisa	211
APÊNDICE B – Estrutura da oficina oferecida na escola.....	219
APÊNDICE C – Comunicação via <i>e-mails</i> com a escola	220
APÊNDICE D – Complemento de frases	224
APÊNDICE E – Planejamento do cenário de pesquisa.....	225
APÊNDICE F – Autorização dos pais dos alunos	226
APÊNDICE G – História: “A guerra das medidas”	227

1 APRESENTAÇÃO: BREVES PALAVRAS PARA EXPOR A PESQUISA

O tema das grandezas e medidas faz parte do cotidiano das pessoas, sejam elas força, densidade, aspereza, tempo, capacidade, massa, comprimento, volume etc., são, de alguma forma, vivenciadas em nossa trajetória de vida.

Assim, ao longo da história da humanidade, o homem, por meio de seus estudos e pesquisas, encontrou formas de sistematizar o conhecimento das grandezas e medidas. Uma dessas formas encontradas foi incluir nos currículos esses temas como conteúdos a serem trabalhados e desenvolvidos nas salas de aula das escolas instituídas socialmente.

Diante do exposto, situando-nos no Brasil e no Distrito Federal (DF), temos parâmetros que norteiam as orientações curriculares para se trabalhar com esses temas nas salas de aula das escolas públicas do DF: os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) que orientam as propostas curriculares em nível nacional e as Orientações Curriculares Educação Básica do DF – Ensino Fundamental – Séries e Anos Iniciais que, baseadas nos PCN, direcionam os conteúdos a serem trabalhados nas escolas públicas do DF.

Dessa forma, ao longo de minha experiência como docente em algumas escolas públicas do DF, percebi que nem sempre os temas grandezas e medidas eram discutidos nos espaços das coordenações pedagógicas e tampouco incluídos em nossos planejamentos. Quando apareciam, eram centrados nas transformações mecânicas de múltiplos e submúltiplos das unidades de medidas, fugindo totalmente das propostas de nossos currículos atuais.

Porém, nas salas de aula, comecei a me deparar com questionamentos dos alunos sobre o referido tema que me levaram a propor tarefas diferenciadas, ou seja, que não estivessem centradas nas transformações mecânicas e muito menos nas unidades já padronizadas.

A demanda me levou a perceber que era necessário propor aos alunos estratégias de ensino que contribuíssem para a formação de conceitos nessa área de conhecimento: grandezas e medidas. Busquei ajuda participando de algumas vivências da Sociedade Brasileira de Educação Matemática do DF (SBEM/DF), em livros didáticos, artigos de revistas científicas, livros etc. Todavia, ao propor situações em sala de aula, percebi que nem sempre levavam a uma construção de

conceitos no que se refere ao tema grandezas e medidas, principalmente as grandezas mais trabalhadas em sala de aula: comprimento e massa.

Foi assim que surgiu a vontade de realizar uma pesquisa que respondesse ao seguinte questionamento: as tarefas propostas em sala de aula contribuem para a formação de conceitos de grandezas e medidas: comprimento, massa e capacidade?

A partir desse questionamento, procurei desenvolver este estudo, que teve como objetivo analisar a formação de conceitos no campo das grandezas e medidas: comprimento, massa e capacidade de alunos do 4^o ano do Ensino Fundamental (EF). Escolhi as três grandezas por serem as mais trabalhadas nas salas de aula dos anos iniciais, pois, nós, professores, costumamos propor tarefas para medir as alturas dos alunos, fazemos receitas em sala de aula etc.

A intenção, ao longo do estudo, foi propor estratégias que levassem pesquisador, professor e alunos, a partir de suas próprias experiências, a trocar, discutir, refletir, argumentar, problematizar e construir novos conhecimentos/saberes. Na proposição dos objetivos, foi importante pensar sobre os sujeitos partícipes da pesquisa; desenvolvemos uma aprendizagem colaborativa em que todos puderam pensar as ações e construí-las coletivamente. Na crença e possibilidade de construir uma prática transformadora, libertadora como nos propõe Paulo Freire (1986), a intenção foi trazer reflexões críticas sobre o ensino da matemática concernente aos conteúdos grandezas e medidas.

Dessa maneira, organizei o trabalho em nove capítulos, assim dispostos: no primeiro capítulo, faço uma breve apresentação do estudo realizado; no segundo, discorro sobre minha trajetória de vida, em que abordo pequenos grandes fatos da minha história desde a infância até o tempo atual – trata-se do memorial da pesquisadora.

No terceiro capítulo, apresento o tema da dissertação, sua contextualização, as intenções, as justificativas, os objetivos, ou seja, faço a introdução da pesquisa.

Por sua vez, no quarto capítulo, construo uma discussão teórica com abordagens referentes ao espaço da sala e à relação entre os sujeitos: professor e aluno. Discorro sobre a formação dos conceitos no processo de aprendizagem e ensino-ensino; o campo conceitual e o processo de construção de conceitos; grandezas e medidas nas relações entre os pares discreto/contínuo e

qualidade/quantidade. Finalizo esse capítulo com a discussão das grandezas comprimento, massa e capacidade no contexto da sala de aula.

No quinto capítulo, descrevo os procedimentos metodológicos que nortearam as construções das informações deste estudo. No sexto, introduzo as análises das informações a partir de um diálogo com a professora acerca dos conceitos importantes a serem trabalhados em sala de aula ao longo do ano letivo. Nesse diálogo, tratou-se do tema grandezas e medidas a fim de perceber o que pensa a professora sobre esse conteúdo e como ele costuma ser abordado em sala de aula. Ainda, relato o que pensam os alunos e a professora sobre o que é medir para pensar e propor as orientações didáticas que nortearam a construção das informações.

No capítulo sétimo, a partir das sequências didáticas propostas pela professora em sala de aula, descrevo e analiso a formação de conceitos no campo das grandezas e medidas: comprimento, massa e capacidade de alunos do 4º ano do Ensino Fundamental (EF). Esse capítulo traduz as informações produzidas durante a pesquisa, dividindo-as em três grandes categorias: Comprimento, Massa e Capacidade.

No oitavo capítulo, discuto os 12 princípios a partir dos resultados construídos e proponho mais oito que considero importantes para o processo aprendizagem-ensino de grandezas e medidas.

Para finalizar, no nono e último capítulo, reflito sobre a pesquisa realizada e ressalto o processo de construção contínuo do presente estudo, como também aponto suas contribuições relevantes para o ensino da Matemática nos anos iniciais no que tange ao tema grandezas e medidas: comprimento, massa e capacidade.

Então, vamos juntos, pois essa história está apenas começando...

2 MEMORIAL: DELIMITAÇÃO DO OBJETO DE PESQUISA EM MINHA TRAJETÓRIA EDUCATIVA

Neste capítulo, relato um pouco da minha história de vida como estudante, professora e pesquisadora, buscando tecer o objeto de pesquisa.

2.1 Que raio de professora eu sou? E que pesquisadora quero ser?

Deparei-me com crianças curiosas, descobrindo o mundo, com várias hipóteses e questionamentos. E, mais uma vez, os obstáculos: como é que vou ensinar um conteúdo que não sei. Pesquisei bastante! Fizemos até umas atividades interessantes; no entanto, não o suficiente para responder os meus questionamentos [...].

Nasci numa cidade no interior do Triângulo Mineiro, Monte Carmelo, em meados da década de 1960. Assim, sou do tempo em que o movimento da Matemática Moderna ganhava força em nosso país como uma política de modernização econômica, reformulando os currículos existentes. O ensino da matemática passou a ser centrado nas estruturas da Matemática pura e possuía uma linguagem unificada, deixando de lado se o que era ensinado estava ou não ao alcance dos alunos, principalmente, daqueles que faziam parte dos anos iniciais do EF.

Também sou do tempo em que a televisão, os supermercados e os *shoppings centers* ainda não distraíam adultos e crianças. Nossas brincadeiras aconteciam nos quintais das nossas casas ou na rua em que morávamos, e as compras eram feitas no armazém do Seu Laerte, na quitanda da Dona Maria e na venda do Seu Abraão. As cadernetas eram as máquinas registradoras, tudo o que se comprava era anotado ali e pagava-se no fim de cada mês.

Felizmente, uma parte de minha infância, aquela que ainda não estava na escola, vivi entre os quintais da minha casa e da fazenda de meus avós maternos. Foi nesse período que, inconscientemente, iniciei minha trajetória na aprendizagem matemática. Foram momentos prazerosos com muitas brincadeiras e descobertas.

Lembro-me de um fato que penso ter sido minha iniciação para a contagem: devia ter uns 4 anos de idade, naquela época, meu avô paterno morava conosco; era estofador de bancos de carros e de sofás. No fundo do quintal, tinha um pequeno barracão, onde ficava sua oficina, e, adivinha onde gostávamos de brincar?

É claro que sempre no local proibido pela minha mãe, onde tinha as coisas mais legais e curiosas. Bem, e afinal, como a contagem (matemática) entra nessa história?

Meu avô estava fazendo a reforma no sofá lá de casa; no chão tinha um papel com milhares de tachinhas, aqueles preguinhos da cabeça bem miudinha. Eu estava correndo e, sem perceber, pisei em todas elas! Imagina como ficou meu pé... Como diz um bom mineiro, “coalhado” de preguinhos. Meu avô, coitado, ficou todo desconcertado, pois minha mãe era muito brava e ele não sabia o que fazer. Eu, por minha vez, só chorava.

Foi então que ele me pegou no colo e começou a me contar uma história que envolvia números, ao mesmo tempo em que tirava, uma a uma, aquelas tachinhas. A partir desse dia, depois de ter contado mais de trinta tachinhas, de ter tomado um monte de vacina contra tétano e ficar sem pisar no chão um tempão, nunca mais parei de contar as coisas. Naquele momento da minha vida infantil, posso dizer que iniciei meu jardim de infância, enquanto meu avô passou a tomar cuidado para não deixar as tachinhas pelo chão. E eu passei a olhar bem por onde pisava.

Na fazenda de minha avó, os desafios eram maiores; o quintal não tinha fim e nós tínhamos que definir os limites – o que geralmente criança não faz, pois quer sempre descobrir mais e mais coisas. Nesta fase da minha infância, comecei a construir as noções de tempo e de espaço.

Os desafios começavam, na realidade, logo na nossa chegada à fazenda, fôssemos de carro ou de trem, tínhamos que andar a pé até chegar à casa da minha avó: de carro, a distância era de cerca de 800 metros, mas, de trem, quase 2 quilômetros. Eu preferia ir de trem, era mais emocionante. Meu avô ou uma tia iam a cavalo para nos esperar, mas não pensem vocês que o cavalo era para levar alguém na garupa, pelo contrário, era para levar as malas. Êpa! Por acaso é a história do menino, o velho e o burro?

No caminho, passávamos por trechos de mata fechada; parecia filme de terror, pois, todas as vezes, minhas tias contavam histórias de assombração para nos falar sobre aquele lugar. Atravessávamos riachos, e, dependendo da época, pegávamos frutas como goiaba, manga e jabuticaba... era muito divertido. E, com essas idas e vindas, a matemática sempre esteve presente: distância percorrida, noção de tempo, de tamanho etc.

Com minhas tias e primos, aprendi a fazer estimativa. O pomar da fazenda era enorme e tinha muitas frutas. Na época da laranja, costumávamos sentar embaixo das laranjeiras e brincar de adivinhar quantas sementes havia nas nossas bocas; assim, cada um contava de um jeito: de dois em dois, de um em um, de três em três...

Minha avó teve 12 filhos: 11 mulheres e um homem, o caçula. A diferença de idade dos netos mais velhos em relação aos tios mais novos é, na verdade, pequena: variava de dois a quatro anos e, por isso, brincávamos muito.

Outra brincadeira que era divertida e perigosa ao mesmo tempo acontecia no final da tarde, quando meu avô apartava as vacas. Meu tio, meu primo e duas tias montavam nos bezerros e disputavam quem conseguia ficar em cima deles por mais tempo. Não tínhamos relógio, marcávamos contando de um em um.

E assim, diante de muitas aventuras, desafios e aprendizagens, fomos crescendo, até que um dia chegou o momento tão aguardado: o dia de fazer um teste para entrar na escola.

Eu tinha 7 anos quando fiz o teste, lembro-me que fiquei nervosa, não sabia ler nem escrever, não tinha a menor ideia do que era “aquilo”. Fiz o teste e ficamos aguardando o resultado: passei! Confesso que tenho poucas lembranças do meu estar na escola, o que, em princípio, era para ser prazeroso e agradável, passou a ser desestimulador. Somente me lembro de ter algum tipo de sucesso escolar na 1ª série, porque aprendi a ler e escrever com a Dona Ilda: ela utilizava uma cartilha que contava a história da Lili, e havia muitas histórias que se passavam na fazenda da vovó de Lili. Aprendi a ler? A decifrar códigos? Até hoje, ler, pensar, compreender, refletir e argumentar é um desafio.

Ir para a escola me afastou das brincadeiras dos quintais; já não ia tanto à fazenda e, para piorar, mudamos de cidade, fomos para uma cidade ainda menor que Monte Carmelo, chamada São Francisco. A nova cidade ficava na beira do Rio São Francisco, perto de Montes Claros, no norte de Minas. Meu pai era funcionário do Banco do Brasil e fomos para lá porque ele foi promovido ao cargo de subgerente da agência de São Francisco, onde moramos um ano e meio. Ao mesmo tempo em que tudo era novidade, estávamos deixando para trás os parentes e os amigos.

Lá cursei a 2ª série e tudo era diferente. Estávamos no mesmo país e no mesmo estado; no entanto, o jeito de falar e a comida eram bem diferentes. Na escola começaram a surgir as primeiras dificuldades matemáticas. Apesar de a

cidade ser bem menor do que a cidade onde nasci, parecia que o ensino era mais adiantado, pois os colegas já chegavam na 2^a série sabendo a tabuada do 2 ao 5. Eu mal sabia somar e subtrair, pois, na primeira série, aprendi, sobretudo, conteúdos relacionados ao letramento; a matemática era negligenciada, aprendi apenas a contar até cem e fazer algumas continhas. Não conhecia ninguém e não lembro da professora proporcionar uma socialização entre os colegas. Confesso que não me lembro de nada, nem do nome da professora. Só me lembro de ser obrigada a dançar quadrilha com o filho do prefeito, momento no qual senti muita vergonha.

Era muito estranho, perceber que a matemática foi ficando para trás. Lembro-me de ter de decorar muitas coisas: estados e capitais, presidentes, hinos, tabuada etc. O ensino era bem formal, os alunos ficavam sentados um atrás do outro e sem falar. Nessa época, é claro, eu não tinha consciência disso tudo, só com o tempo fui percebendo que vivíamos no período político brasileiro da ditadura militar. O tempo custou a passar, foi um ano que durou uma década na minha sensação infantil, cada vez ia ficando mais distante das brincadeiras e dos desafios dos quintais.

Mas o desafio maior estava por vir e aí sim, as coisas complicaram. Foi em 1974, quando mudamos para a capital do país, Brasília; mudança essa que foi, para mim e para minha família, realmente brusca. Os “caipiras” do interior de Minas chegam à capital, cidade da esperança de futuro melhor! Na verdade, foi um futuro promissor, estou aqui até hoje e adoro esta cidade. Fiz muitas amizades no prédio onde morava; pulávamos corda e elástico; brincávamos de pique-pega; tudo isso embaixo do bloco.

E a escola? Não obtive muito sucesso, não! Cursei a 3^a e a 4^a séries em escola pública e, com muitas dificuldades, fui passando de ano. Lembro-me apenas da professora da 3^a série, na ocasião em que ela me perguntou qual era a capital de Goiás, e eu respondi que era Brasília; nem precisa dizer que fui ridicularizada perante a turma. A partir desse dia, não abri mais a boca para falar nada e rezava para a professora não me fazer perguntas, todavia, claro, não tinha como isso acontecer. O jeito que encontrei foi decorar o ponto e esquecer tudo de novo depois das perguntas. A matemática era um terror: frações, números decimais, problemas, tabuadas; pede emprestado dali, devolve daqui, tudo isso era novidade e eu aprendia muito pouco. Vivia em aula de reforço e de recuperação. Isso perdurou até o 1^o ano do Ensino Médio, eu detestava a escola e, principalmente, a matemática.

Da 5^a série em diante, fui estudar em escola particular e, quando cheguei na 8^a série, época de formatura, diante da grande empolgação dos colegas, eu estava, como sempre, de recuperação. Essa nunca foi uma situação confortável para mim, além da timidez natural, eu sentia muita vergonha em função desse contexto. Ainda nessa ocasião, o professor de Matemática percebeu a situação na qual me encontrava, em meio aos preparativos para a festa; ele, então, chamou-me e disse que, na prova, eu não havia conseguido atingir a média, mas, em função de ser uma aluna esforçada, ele iria me aprovar. Fiquei feliz, é claro, pois assim pude participar da festa com todos. Contudo, obviamente, no ano seguinte, não foi diferente: no 1^o ano do Ensino Médio, lá estava eu de recuperação e, como era esperado, fui reprovada. Hoje penso que essa atitude não foi a melhor solução, talvez, se eu tivesse reprovado logo na 8^a série, teria sido melhor para meu processo de aprendizagem.

O bom é que essa situação me trouxe a oportunidade de vivenciar sensações importantes, e me sentir incapaz e menos inteligente foi algo que não durou para sempre. Minha mãe teve uma ideia genial: sugeriu que eu mudasse de escola. Apesar da decepção da família, principalmente do meu pai, fui cursar o magistério, e foi nesse momento que o sucesso escolar começou a aparecer e eu passei a gostar da escola. Sabe por quê? Comecei a ser aluna destaque da turma, com boas notas, e sabia um pouco de matemática. Como isso é possível? Porque em uma escola eu era fracassada e em outra não? Fiz muitas amizades e me diverti muito, também tinha muitas ideias criativas.

Desse modo, fiz o magistério com muita empolgação e prazer. Logo que me formei, casei e, precocemente, tive meu primeiro filho, depois o segundo e, logo depois, o terceiro, o que me levou a uma interrupção na minha vida profissional para cuidar da casa e dos filhos. Até que um dia, a “bela adormecida” despertou, e fui, então, fazer concurso para ser professora da Secretaria de Educação do Distrito Federal. Isso aconteceu em 1993. Passei! Minha primeira experiência foi na Escola Classe 3, do Paranoá, onde permaneci por três anos. Mesmo tendo feito o curso de magistério, dez anos depois de formada, sem trabalhar, sem ter nenhuma experiência anterior, a não ser nos estágios, não fazia ideia de como era dar aula. Como tudo na vida se aprende, de um jeito ou de outro, com ajuda daqui e dali, de colegas e de coordenadoras, comecei a obter sucesso. Não foi fácil! Logo percebi que, para ser professora, tem de gostar de estudar e, além de estudar, é preciso pesquisar.

O grande desafio surgiu quando conheci Esther Grossi, que chegou com uma proposta diferente de aprender-ensinar. Eu, curiosa, fui verificar e compreender que “raio” de mulher era essa que falava do construtivismo neopiagetiano. Desde então, foram quase cinco anos de convivência, estudo e pesquisa. A paixão pela educação teve início nessa época. Apesar dos desafios matemáticos aparecerem, não eram suficientes para dar conta dos desafios da sala de aula. Penso que poderíamos ter explorado mais os conhecimentos de geometria, de grandezas e medidas, números fracionários etc. Contudo, em compensação, o processo de alfabetização, da leitura e da escrita transcorria de forma excelente.

Depois do Paranoá, fui para Escola dos Meninos e Meninas do Parque: uma escola totalmente diferente de uma escola tradicional, primeiro, porque atende crianças e adolescentes em situação de risco, e, segundo, porque é uma escola que fica dentro do Parque da Cidade, situado no Plano Piloto de Brasília, sem muros e sem grades.

Nessa escola, eu sempre me perguntava: “que raio de professora eu sou?”. Lá me deparei com questões sociais graves. Exclusão, uso de drogas, prostituição, abandono, agressão, eram os atravessamentos¹ diários. Foi um período de muita luta, pois, nessa escola, não se podia misturar pena com dor, tinha que ser profissional a qualquer custo. Doía ver crianças e adolescentes totalmente excluídos de qualquer processo social e cultural. Penso que estar na rua foi um jeito que eles arrumaram para fugir dos padrões convencionais de família, sociedade, classe etc. Cada um tinha uma história para contar e sentir pena deles era como declarar a morte, pois, além do afeto, esses jovens buscavam conhecimento, compreensão de mundo, ao mesmo tempo em que se drogavam, roubavam e se prostituíam.

No final de 1997, recebi um convite de uma amiga para concorrer à direção da Escola Classe 312 Norte, e ganhamos as eleições. Foram dois anos de puro

¹ Como professora-pesquisadora, “atravessamento” é um termo que venho construindo e, no momento, não encontrei nenhum autor que explore o conceito do termo da forma como proponho. Posso identificá-lo como sendo aquelas variáveis externas ao espaço da sala de aula que, em determinado momento, vêm à tona, influenciando, muitas vezes, o processo educativo como um todo. Vejamos o seguinte exemplo: certo dia, perguntei à família por que a aluna faltava às aulas toda sexta-feira, e a resposta obtida foi a falta de dinheiro para comprar o vale-transporte. E era justamente na sexta-feira que íamos à biblioteca. A aluna sempre me cobrava: “me leva ao mundo da imaginação”, que é a biblioteca. A falta de dinheiro que fez com que a aluna faltasse às aulas toda sexta-feira torna-se um atravessamento na sala de aula, pois a professora não tem como solucionar esse problema externo que, de alguma maneira, influencia no desenvolvimento das atividades na sala de aula. Drogas, prostituição, abandono, agressão etc. também poderiam ser considerados como atravessamentos (CARDOSO, 2004; 2005; 2009).

prazer. Grupo animado, pensante, dinâmico, democrático, envolvido com a educação. Recebemos até o Prêmio Nacional de Referência em Gestão Escolar da Unesco. Foi fantástico!

Eis que surgiu o grande dilema! Muitas oportunidades foram surgindo e, grande parte das vezes, não podia aproveitá-las, porque não tinha um curso de nível superior. A pressão aumentou, prestei vestibular na UnB (meu grande sonho), não passei, e depois, no mesmo ano, cursei um semestre de Artes Cênicas na Faculdade Dulcina de Moraes.

Apaixonei-me pelas artes cênicas, foi nesse período que iniciei minhas contações de histórias. Nem tudo na vida é perfeito, no mesmo ano, abriu-se inscrição para a graduação em Pedagogia para Professores em Exercício no Início de Escolarização na Universidade de Brasília (curso PIE/UnB). Participei da seleção, passei e, novamente, o dilema e a pressão, pois, apaixonada pela arte, fiquei em dúvida se abandonaria ou não o curso de cênicas. Mas, como estudar na UnB era meu grande sonho, entreguei-me com paixão.

Uma das condições do PIE era estar em regência de classe. Saí, então, da direção da Escola Classe 312 Norte e fui para a Escola Classe 209 Sul, na qual fiquei por dois anos, e onde desenvolvi trabalhos interessantes com os alunos e montei um projeto de Geometria que foi exposto na SBEM/DF. Só mais tarde, fiz uma reflexão e percebi que meu projeto pouco desafiava os alunos, no entanto, valeu a pena participar, pois eles adoraram!

Passei um ano na Escola Classe 308 Sul, envolvida com uma Classe de Aceleração, o que, mais uma vez, foi um desafio. Até hoje me pergunto: acelerar o quê? Nessa classe, estudavam alunos com faixa etária entre 8 e 17 anos. São os alunos excluídos-incluídos; mais um programa que, para mim, é do tipo “eu finjo que ensino e você finge que aprende”. Apoio pedagógico e didático era inexistente. Tínhamos que seguir uns módulos totalmente descontextualizados da nossa realidade. Que raio de professora eu sou? Adivinha se eu utilizei os módulos na íntegra como era proposto?

Finalmente, formei-me pela Universidade de Brasília (UnB), e agora sou pedagoga. Preciso destacar que esse novo rótulo trouxe efeitos inestimáveis para minha prática pedagógica, procederam-se transformações e/ou impactos pedagógicos em minhas ações, pois tenho construído minha trajetória a cada dia, semana, mês e ano. Caio do cavalo várias vezes, monto de novo, busco soluções,

entro no caos. Acredito que aprender-ensinar é um processo que nunca se esgota. A cada dia uma nova sensação, a cada passo um novo enfrentamento, a cada hora uma nova surpresa. Também não posso negar que o espaço acadêmico contribui bastante para a minha caminhada como professora e como ser humano.

Logo em seguida fiz uma especialização em Psicopedagogia, em uma instituição privada, a qual foi bem interessante e com muitas novidades sobre o ensinar, o aprender e as dificuldades de aprendizagem, mas, mais uma vez, a matemática era deixada para trás. Surpreendentemente, não me lembro de ter tido um momento sequer voltado para discussão sobre o processo de ensino-aprendizagem da matemática, uma vez que grande parte dos alunos que vão para o espaço psicopedagógico apresenta queixas relativas às dificuldades matemáticas.

Enquanto tudo isso acontecia, lá estava eu em sala de aula, só que agora na Educação Infantil, com crianças entre 4 e 5 anos. Foram cinco anos de uma experiência riquíssima! Lidar com criança muito pequena não é tão fácil como se pensa. Apesar de a proposta ser lúdica e repleta de brincadeiras, o trabalho envolve muitos conhecimentos que subsidiarão o desenvolvimento infantil e os processos de alfabetização e de aprendizado da matemática. Acredito que o conhecimento matemático é a base e, exatamente por isso, pergunto-me: e a noção de tempo, espaço, distância, tamanho, lateralidade. Como ensinar? Penso que surge o primeiro obstáculo: onde buscar?

No final de 2006, resolvi participar da seleção do mestrado na UnB, em Educação Matemática. Apesar do insucesso, não desisti e continuei minhas buscas em livros e alguns cursos. Eu sabia que o grande obstáculo estava em não saber o conteúdo em si para poder ensinar e fazer as intervenções, mas aprender “sozinha”, só com os livros, sem poder trocar e tirar dúvidas é muito ruim. Além disso, na escola onde trabalhava, não havia uma prática de estudo e discussões nos momentos pedagógicos, por isso, o interesse em estudar e realizar uma pesquisa aumentava.

A vida me levou a mudar de endereço e de escola mais uma vez. Professor é um pouco nômade, trabalha onde fica perto da sua casa. Em 2008, fui para a Escola Classe Varjão e assumi a 3ª série (4º ano) dos anos iniciais do Ensino Fundamental. Aí, sim, o “bicho pegou”. Há anos não trabalhava com as séries iniciais do Ensino Básico; tive de correr atrás de muitos conteúdos. Lembrei-me das oficinas que havia participado na SBEM/DF e recorri aos materiais, percebi que meus conhecimentos

na matemática ainda não eram suficientes para desafiar os alunos, principalmente os relativos a grandezas e medidas. Refletindo sobre os motivos dessa defasagem, creio que tinha a ver com o momento e com o modo como esse ensino era ministrado. Esses conteúdos eram relegados para os últimos bimestres dos anos letivos, quando eu frequentava a escola. Além disso, eram ensinados de maneira mecânica e centrada na manipulação de múltiplos e submúltiplos das unidades-padrão de medidas. Como aprendi desse modo, também ensinava assim; até começar a perceber que esse jeito não era suficiente para atender à demanda dos alunos, pois surgiam, em sala de aula, perguntas que iam além do que eu propunha: mexe vírgula daqui e dali. Além disso, percebi que os alunos traziam constantes informações cotidianas riquíssimas sobre o tema “grandezas e medidas”. Deparei-me, assim, com o seguinte desafio: como propor tarefas diferenciadas referentes à temática das grandezas e medidas?

Depois de me aproximar das respostas concernentes a tal desafio, sei que medir não é somente transformar as unidades-padrão e, sei ainda que não se deve relegar esse conteúdo para o último bimestre do ano letivo ou para o último capítulo do livro didático, como acontece na maioria das vezes. Além disso, percebi que medir faz parte do contexto cultural da criança e de sua percepção de mundo.

E foi assim que, na 3ª série, deparei-me com crianças curiosas, descobrindo o mundo, com várias hipóteses e questionamentos. Mas, mais uma vez surgiram os obstáculos: como vou ensinar um conteúdo que não sei. Pesquisei bastante! Fizemos até algumas atividades interessantes. No entanto, percebi que não havia explorado o suficiente para responder os meus questionamentos, os quais, no próximo capítulo, aparecerão sob a forma das seguintes questões de pesquisa:

- 1) Quais conceitos esperamos construir durante a aprendizagem e ensino de grandezas e medidas comprimento, massa e capacidade nos anos iniciais?
- 2) De que práticas pedagógicas o professor lança mão para favorecer a construção dos conceitos de grandezas e medidas comprimento, massa e capacidade?
- 3) Quais processos de aprendizagem e ensino são mobilizados pelos alunos na formação de conceitos no campo das grandezas e medidas comprimento, massa e capacidade nos anos iniciais?

Passaram-se dois anos após a primeira tentativa para cursar o mestrado e, diante desses desafios, resolvi tentar novamente na mesma área de concentração – “Aprendizagem e Trabalho Pedagógico” – e no mesmo eixo de interesse – “Educação Matemática”. Deu para perceber que a Matemática é meu grande desafio? Ingressei, então, no Mestrado.

Relatei com muitas palavras e emoções um pedaço da minha história de vida, como Cília simplesmente, e como Cília professora, através do meu olhar. Penso que, daqui para frente, será outra história para se construir, serão cenas para os próximos capítulos e outros protagonistas me ajudarão a construí-la. E, para (re)começar, vem a pergunta: que pesquisadora vou ser? Assim, a história continua...

3 CONVERSA INICIAL – APRESENTAÇÃO DA PESQUISA: OBJETO DE PESQUISA, QUESTÕES DA PESQUISA, OBJETIVO GERAL E OBJETIVOS ESPECÍFICOS

Neste capítulo, relato, em poucas palavras, minhas intenções com relação a esse estudo. Nele, aparecem as questões que me intrigam a pesquisar o tema grandezas e medidas, e os objetivos que pretendo atingir.

3.1 A história está apenas começando: minhas intenções

Com isso, percebi, ao longo da minha prática como docente, que os alunos necessitam de aulas dinâmicas e reflexivas, uma vez que demonstram curiosidade e interesse em compartilhar seus conhecimentos cotidianos com os colegas e as professoras.

No capítulo anterior, contei um pouco da minha história, contextualizada em três movimentos: minha infância, o período que passei pela escola e a trajetória da minha formação como professora e pesquisadora. Agora, nesta seção, pretendo relatar, em poucas palavras, minhas intenções e expectativas com relação a este estudo. Diante de tantos desafios, agora vivo me perguntando: que pesquisadora quero ser?

Como já foi dito, sou professora da Secretaria de Estado de Educação do Distrito Federal desde 1993, atuei em vários espaços como sala de aula, vice-direção, coordenação pedagógica, Projeto Meninos e Meninas de Rua, Vira Brasília a Educação, entre outros. São praticamente 17 anos de atuação em Escolas da rede pública do DF, nas quais me deparei com situações diversas e que me levaram a propor e desenvolver estratégias diferentes do senso comum, ou seja, que se aproximassem da lógica do processo de aprendizagem e não somente a lógica do conteúdo.

Com isso, percebi, ao longo da minha prática como docente, que os alunos necessitam de aulas dinâmicas e reflexivas, uma vez que demonstram curiosidade e interesse em compartilhar seus conhecimentos cotidianos com os colegas e com as professoras. Isso ocorre principalmente quando a aula é de matemática, em que o conteúdo matemático passa a ser de fundamental importância, não mais como

tópicos curriculares a serem vencidos/cumpridos, mas como um conteúdo vivo, com forte significado de ferramenta do pensamento humano, quando da realização e da utilização de instrumentos culturais, para a resolução de situações significativas, conforme nos aponta Muniz (2009b, p. 111).

Nesta pesquisa, especificamente, propus-me a desenvolver um estudo cujo objeto se refere à **formação de conceitos na aprendizagem-ensino de grandezas e medidas comprimento, massa e capacidade nos anos iniciais**.

No que se refere à seleção desse tema, destaco a pequena atenção dedicada ao assunto no âmbito escolar, conforme apontam os dados apurados em uma pesquisa etnográfica da prática escolar realizada pela professora Mônica Cerbella Freire Mandarino (2009, p. 38), em um município do Rio de Janeiro. Mandarino (2009) trabalhou com a seguinte questão de pesquisa: “Que conteúdos da matemática escolar professores dos anos iniciais do ensino fundamental priorizam?” Seus resultados indicaram que, entre os 116 professores pesquisados, 76.4% priorizam números e operações; 14.9%, as grandezas e medidas; 3.9%, o espaço e forma; e 4,8%, o bloco de tratamento da informação.

Apesar de não haver um estudo específico nas escolas públicas do Distrito Federal relacionado ao ensino dos conteúdos grandezas e medidas, minha própria prática pedagógica e a de muitos colegas conhecidos confirmam que a situação no DF é semelhante. Percebo que os blocos de conteúdos são propostos de forma assimétrica, diferentemente do que propõe os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) e as Orientações Curriculares do Distrito Federal.

Enfim, esses são temas e conteúdos que me instigam e desafiam, considerando que minha experiência em diversas Escolas Públicas do DF – em sala de aula, encontros em coordenações pedagógicas etc. – leva-me a inferir que os conteúdos relacionados ao tema “grandezas e medidas”, além de serem dados no final do ano letivo, conforme já mencionado, vinculam o ensino destes em unidades-padrão estabelecidas em transformações mecânicas de múltiplos e submúltiplos. Percebo que os conteúdos nem sempre estão conectados aos sentimentos e percepções da vida cotidiana do aluno, essenciais para a sua aprendizagem e desenvolvimento, a fim de construir novos saberes e atuar no contexto social em que vivenciam diversas experiências.

Por isso, inicio meus estudos com a seguinte problematização: as tarefas propostas em sala de aula favorecem o desenvolvimento conceitual das grandezas e

medidas – comprimento, massa e capacidade – nos anos iniciais? A partir dessa problemática, busquei construir o objetivo geral e as questões da pesquisa, junto com os objetivos específicos, para os quais pretendo encontrar novos parâmetros.

3.2 Objetivo geral

O objetivo geral desta pesquisa é analisar indícios da formação de conceitos no campo das grandezas e medidas comprimento, massa e capacidade de alunos do 4º ano do Ensino Fundamental (EF).

3.3 Questões da pesquisa

Ao longo dos estudos, respondi às seguintes questões:

- Quais conceitos esperamos construir durante a aprendizagem e ensino de grandezas e medidas comprimento, massa e capacidade nos anos iniciais?
- De que práticas pedagógicas a professora lança mão para favorecer a construção dos conceitos de grandezas e medidas comprimento, massa e capacidade nos anos iniciais?
- Quais processos de aprendizagem e ensino são mobilizados pelos alunos na formação de conceitos no campo das grandezas e medidas comprimento, massa e capacidade nos anos iniciais?

3.4 Objetivos específicos

Para responder a essas questões pretendi:

- identificar os conceitos que, segundo a professora regente, precisam ser construídos, nos anos iniciais, durante a aprendizagem e ensino de grandezas e medidas: comprimento, massa e capacidade;
- observar, na sala de aula, nos anos iniciais, as tarefas propostas pela professora regente, no âmbito da pesquisa colaborativa, que favorecem o desenvolvimento conceitual de grandezas e medidas: comprimento, massa e capacidade;

- identificar os recursos utilizados em sala de aula, nos anos iniciais, que contribuem na construção de conceitos de grandezas e medidas: comprimento, massa e capacidade; e
- descrever e analisar durante a aprendizagem de alunos do 4o ano do EF, a formação de conceitos no campo das grandezas e medidas: comprimento, massa e capacidade.

3.5 E a conversa continua...

Reitero que realizar esta pesquisa foi uma experiência nova para mim. Ao pensar e criar esta proposta de estudo, deparei-me com alguns desafios, uma vez que são poucas as pesquisas desenvolvidas sobre esse tema, sobretudo no que concerne à construção de conceitos.

Realizei um levantamento nas principais revistas científicas e nos anais dos congressos realizados sobre Educação Matemática e encontrei os trabalhos de Lanner de Moura (1995), com a tese intitulada *A medida e a criança pré-escolar*; Brolezzi (1996), com a tese *A tensão entre o discreto e o contínuo na história da Matemática e no ensino da Matemática*; e Cunha (2008), com a tese *Estudo das elaborações dos professores sobre o conceito de medida em atividades de ensino*; entre outros.

Elaborar uma pesquisa como esta levou-me a estabelecer um novo posicionamento em relação aos teóricos que embasam os estudos na área, assim como com os proponentes da metodologia utilizada e das concepções do processo de aprendizagem e ensino. Além de utilizar os estudos citados, busquei teóricos como Freire (1994), Vigotsky (1984; 2000; 2003), Piaget (2002), González Rey (2005), Brousseau (2008), Muniz (2001; 2006; 2009a; 2009b; 2009c), Vergnaud (2001; 2002; 2003; 2009a; 2009b; 2009c), entre outros, por pensar que são eles que ajudaram a construir e recontextualizar informações e a encontrar respostas para os questionamentos de pesquisa.

É por meio de um engajamento, acreditando que o processo educativo acontece na interação, no diálogo e na comunicação imbricada dos saberes entre sujeitos munidos de sua história, suas crenças, seu posicionamento político, sua ética, sua emoção, sua cognição etc. é que realizei esta pesquisa, especificamente, numa sala de aula de uma escola pública do DF.

Acrescento, ainda, a importância do pesquisador e do professor como colaboradores nesse processo. Dessa forma, uma das estratégias metodológicas utilizada neste estudo foi a “escuta-sensível”, de Barbier (1998; 2000; 2002), que se mostra essencial no processo aprendizagem-ensino. A “escuta-sensível” foi utilizada como um recurso que ajudou a buscar e a propor novas propostas, a fim de fazer a diferença no processo aprendizagem-ensino das grandezas e medidas. Acredito no papel do professor na sala de aula como aquele que organiza o trabalho pedagógico, propõe instrumentos de mediação, reflete, argumenta, problematiza, escuta, facilita, cria, muda e transforma, sem deixar de considerar o papel do aluno, como aquele que é ativo, curioso, participa, age, argumenta, reflete, cria, levanta hipóteses, resolve problemas, pensa...

Por isso, o caminho metodológico deste estudo foi baseado na Epistemologia Qualitativa, proposta por González Rey (2005), conforme explicitado na seção 5.1, “Caminhos a serem percorridos”, em que descrevo minuciosamente a metodologia da pesquisa e a pesquisa colaborativa discutida por Ibiapina (2008).

Enfim, ao longo da leitura, terá lugar uma discussão teórica em que busquei: *i)* estabelecer um diálogo com autores que embasaram e contribuíram para os resultados encontrados; *ii)* a exposição da trajetória metodológica; *iii)* a construção das informações produzidas, em que se encontram as três grandes categorias: comprimento, massa e capacidade, discutidas na pesquisa; *iv)* a ampliação aos 12 princípios, propostos por Muniz, Batista e Silva (2002), importantes para o processo de aprender-ensinar grandezas e medidas e a confluência dos conceitos em formação nas três grandezas: comprimento, massa e capacidade; e, por fim, *v)* as considerações que mostram a relevância desse estudo para o ensino da Matemática nos anos iniciais.

4 DISCUSSÃO TEÓRICA

Neste capítulo, estabeleço um diálogo com alguns teóricos e autores acerca dos referenciais que embasaram a pesquisa e contribuíram para as respostas encontradas a partir das informações produzidas durante o estudo.

4.1 Sala de aula – Espaço do saber: lugar onde se encontram os “Seres Matemáticos”

Aprender matemática tem um sentido mais amplo do que o da vida escolar, justificando sua presença no currículo precisamente no desenvolvimento da capacidade de o aluno agir de forma crítica e transformadora sobre sua realidade local e histórica, capacitando-o a agir de forma crítica e transformadora.

Cristiano Alberto Muniz

A sala de aula é um lugar privilegiado, pois é nela que professor e seus alunos se encontram diariamente, é nesse espaço que acontecem as trocas, os entendimentos e os desentendimentos, as reflexões, as alegrias, as aprendizagens, os diálogos, enfim, a comunicação imbuída nos prazeres e desprazeres de uma relação que vai se construindo ao longo do ano letivo. É nela que se encontram os “Seres Matemáticos”. Penso que a seguinte fala de Muniz traduz bem o que compreendemos como um *ser matemático*:

O homem não é isolado dentro do processo de construção e aquisição do conhecimento (quando da resolução de um problema). Ele vive dentro de uma “cultura matemática” quando da resolução de um problema. Esta cultura é o resultado de uma trama entre conhecimentos espontâneos e conhecimentos científicos extraídos da cultura do sujeito. A complexidade das relações entre conhecimentos espontâneos e científicos é traduzida pelas diferentes maneiras possíveis de conceber os processos da matematização em cada sujeito. (2001, p. 27)

Dessa forma, se concebemos que professor e alunos são seres matemáticos, concordamos com Vigotsky, quando afirma que

o processo educativo é trilateralmente ativo: o aluno, o professor e o meio existente entre eles são ativos. Nesse sentido, a natureza psicológica desse processo traz à tona uma luta muito complexa, na qual estão envolvidos milhares das mais complicadas e heterogêneas forças, luta em que ele se constitui como um processo dinâmico, ativo e dialético, semelhante ao processo evolutivo do crescimento. (2003, p. 79)

Dialogando sob uma ótica similar, Chevallard (1999 *apud* ALMOULOU, 2007),² com a Teoria Antropológica do Didático (TAD), que estuda o homem perante o saber matemático e, mais especificamente, perante situações matemáticas, afirma que a aprendizagem existe quando a relação pessoal do sujeito com o objeto é modificada ou criada pela interação com o contrato institucional, ou seja, pela interação com a relação institucional respectiva. O mesmo autor ainda ressalta que o saber matemático organiza uma forma particular de conhecimento, produto da ação humana em uma instituição caracterizada por qualquer coisa que se produza, que se utilize e que se ensine, além de poder eventualmente transpor as instituições.

Dessa forma, tanto Vigotsky (2003) quanto Chevallard (1999 *apud* ALMOULOU, 2007) compreendem o processo educativo como uma relação que se estabelece entre aluno e professor, mediada por instrumentos e/ou objetos nas situações de ensino, que traduz a situação didática proposta por Brousseau (1978 *apud* Almouloud, 2007),³ que a define como

o conjunto de relações estabelecidas explicitamente e/ou implicitamente entre um aluno ou grupo de alunos, um certo *milieu* (contendo eventualmente instrumentos ou objetos) e um sistema educativo (o professor) para que esses alunos adquiram um saber constituído ou em constituição.

Assim, o processo educativo que vivenciamos hoje nos faz parar, refletir e analisar como seria possível modificar as estratégias pedagógicas de ensino que ocorrem com sucesso e insucesso no espaço da sala de aula. Levar em consideração o insucesso é essencial, nos faz compreender que o sucesso para todos é tão ilusório quanto querer atingir a perfeição.

Para tal, Tacca (2008) propõe em seus estudos um entendimento de que as estratégias pedagógicas da aprendizagem não objetivam somente manter o aluno ativo, mas também captar sua motivação, suas emoções para, a partir daí, colocar o seu pensamento na conjunção de novas aprendizagens.

Tenho clareza de que as relações estabelecidas com as crianças não podem limitar-se apenas a questões cognitivas, pois o professor tem de estar atento e saber

² CHEVALLARD, Y. L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique. *Recherches en Didactiques des Mathématiques*, v. 19, n. 2, p. 121-266, 1999.

³ Brousseau, G. L'observation des activités didactiques. *Revue Française de Pédagogie*, n. 45, p. 130-140, 1978.

o que motiva a criança a se manter ativa e a construir novos saberes, ou seja, o que a impulsiona a aprender.

Na escola acontecem as trocas de saberes, a criança traz seus saberes, suas experiências, e o professor também com suas experiências e saberes estaria ali para propor situações que desafiem seus alunos a construir o conhecimento formal que cabe à escola. Nessa perspectiva, concordo com Tacca (2008, p. 46), ao afirmar que “o cenário educativo precisa ser compreendido a partir das relações sociais estabelecidas”, e que “essas relações repousam em concepções, crenças, histórias de vida e outros aspectos, os quais contribuem para as escolhas e opções a serem feitas, especificamente neste processo relacional”.

Além disso, é importante que os alunos identifiquem seus professores como sujeitos que participam do mundo, cada um com suas diferenças e singularidade. É nesse sentido que se torna importante demonstrarmos para as crianças que: *i)* a professora é um ser igual a qualquer um, que se emociona, fica brava, alegre, triste, dá bronca, brinca, propõe desafios etc.; e *ii)* a busca do conhecimento baseia-se no processo de aprendizagem que acontece na diversidade, nas trocas e relações entre os sujeitos e em que o erro é inerente.

Dessa forma, começamos a construir os laços afetivos, as relações de respeito, de amizade e de aprendizagem, uma vez que entendemos que aprender e ensinar acontece no bojo de uma relação de mão dupla, na qual, aluno e professora trocam entre si os diversos saberes. São nossas experiências que darão rumo a nossa história como aprendizes e ensinantes.

Por isso, é essencial compreendermos a aprendizagem como uma dimensão subjetiva relacionada à ação singular do sujeito que aprende, e na qual participam, em forma de sentidos subjetivos, “recortes de vida”. Esses recortes representam as formas em que essa vida se configurou para cada pessoa, em sua dimensão subjetiva, como nos aponta Rey (2008, p. 30), acrescento que esse fenômeno ocorre também quando se trata da construção de objetos matemáticos na sala de aula.

Assim, concordo que será por meio da observação e da sensibilidade que o professor poderá organizar o ambiente da sala de aula para que aconteça essa troca de saberes. Nem sempre a troca é carregada de carinho e afeto, pois professor também tem seus momentos de dúvidas, desprazeres, inquietações, ansiedades, impaciências, medos etc. No entanto, penso que o desafio está em sempre buscar constituir a sala de aula como um espaço, sobretudo, amoroso, pois

compreendemos que a afetividade é essencial para o desenvolvimento da criança. Além disso, destaco que a sala precisa se constituir também como um espaço de diálogo, reflexão e construção, tal como nos propõe Rey (2008).

Nesse aspecto, Freire (1994) faz uma observação importante:

Se, para a leitura de textos, necessitamos de instrumentos auxiliares de trabalho como dicionários de vários tipos e enciclopédias, também para a “leitura” das classes, como se fossem textos, precisamos de instrumentos menos fáceis de usar. Precisamos, por exemplo, de bem *observar*, bem *comparar*, bem *intuir*, bem *imaginar*, bem *liberar nossa sensibilidade*, *crer* nos outros, mas não demasiado no que pensamos dos outros. Precisamos exercitar a capacidade de *observar*, registrando o que observamos.

“Ler a classe” é também compreendermos que o ambiente sociocultural no qual a criança está inserida é determinante para seu processo de desenvolvimento. Contudo, nem sempre esse ambiente é rico de situações que venham a contribuir para um sucesso no seu desenvolvimento afetivo e cognitivo. Há crianças que passam pela infância sem andar descalças, sem subir em árvores, tomar banho no riacho, folhear revistas, picar papéis, desenhar, pintar, ir a mercados, ter acesso às novas tecnologias etc. Algumas terão contato com essas atividades somente no espaço escolar. Quando estamos atuando no espaço escolar é relativamente fácil perceber se determinada criança teve contato ou não com algumas dessas atividades que são essenciais para seu desenvolvimento cognitivo, afetivo e emocional.

Vigotsky (2003, p. 77) diz: “a educação é realizada através da própria experiência do aluno, que é totalmente determinada pelo ambiente; a função do professor se reduz à organização e à regulação de tal ambiente”. É justamente por isso que o professor deve exercer um papel de observador e de organizador do ambiente escolar, além de ter consciência que ambos, aluno e professor, são sujeitos ativos que constroem novos conhecimentos a partir de suas experiências cotidianas. Um ambiente estimulador é aquele no qual se disponibilize as trocas: contexto, experiências, reflexões, trocas, validação e sistematização do saber.

Retomando o início dessa reflexão, o processo educativo é trilateralmente ativo; há que se entender que a atividade escolar acontece em meio a um conjunto de relações humanas que muda com facilidade suas formas e sua configuração, e é o professor que, a partir das experiências de seus alunos, organiza a sala de aula para que essa possa se tornar um meio social, em que crianças tenham diferentes oportunidades de desestabilizarem seus saberes prévios a fim de estruturarem seus

pensamentos em saberes formais, o que culmina, em última instância, no conhecimento científico.

Não podemos perder de vista, como nos afirma Fávero (2005), que, no processo de ensino-aprendizagem, deve-se considerar o sujeito em situação, mas sem que o sujeito individual desapareça. Em seus estudos, a referida autora nos chama atenção para o fato de que entender a construção do conhecimento envolve muito mais do que saber como se constroem as estratégias cognitivas; envolve também a questão do *como e quais* são os valores sociais que permeiam as informações, os procedimentos e as próprias atividades (FÁVERO, 2005).

Portanto, não podemos deixar de levar em consideração a formação profissional do sujeito, em especial, do professor, que diariamente está em contato com práticas pedagógicas, participa de práticas sociais diversas e convive com crianças envolvidas no processo e inseridas em contextos socioculturais diferenciados. Concordo com Muniz (2001, p. 32), quando afirma que, deve-se buscar formar em cada professor o “educador matemático”, ou seja, um profissional comprometido com as transformações necessárias e desejáveis, buscando a valorização do ser matemático que habita cada uma de nossas crianças, jovens e adultos que passam pelas nossas salas de aula.

É nesse sentido que o aluno deveria ser coautor na organização do trabalho docente; o professor somente poderá modificar e refletir sobre sua prática docente à medida que dá voz a esses personagens. Ambos poderiam desenvolver a “escuta sensível”, conceito desenvolvido por Barbier (2002), segundo o qual, educador e educando deveriam saber sentir o universo afetivo, imaginário e cognitivo do *outro* para poder compreender *de dentro* suas atitudes, comportamentos e sistema de ideias, de valores, de símbolos e de mitos.

Por conseguinte, o aluno também deve ocupar seu papel de observador, de falante, de participante, de conhecedor, pois são suas expressões, seus sentimentos, seus silêncios que contribuem para que o professor esteja atento as suas ações e realize possíveis intervenções, propondo instrumentos mediadores do processo do aluno na construção de novos saberes, principalmente no que se refere aos conceitos matemáticos de grandezas e medidas.

Dessa forma, acredito que a boa prática pedagógica extrapola os objetivos, os conteúdos e os procedimentos pedagógicos, pois consiste naquela que, além de ultrapassar os muros da escola, inclui em suas estratégias as relações sociais que

se estabelecem entre os “seres matemáticos”, orienta o professor na “criação de canais dialógicos, tendo em vista adentrar o pensamento do aluno, suas emoções, conhecendo as interligações impostas pela unidade cognição-afeto. Em outras palavras, uma prática pedagógica satisfatória centra-se nos recursos que implicam captar o outro, no sentido de o sujeito dispor-se a pensar com o outro para “gerar a significações da aprendizagem”, conforme nos sugere Tacca (2008).

Quando isso acontece, diria que é possível falar no que Vigotsky chamou de “zona proximal de desenvolvimento” (ZDP), que consiste na

distância entre o nível de desenvolvimento potencial real, que se costuma determinar através da solução independente de problemas, e o nível de desenvolvimento potencial, determinado através da solução de problemas sob a orientação de um adulto ou em colaboração com companheiros mais capazes. (1989, p. 97).

É a partir deste conhecimento, ou seja, da ZDP, que o professor deveria ofertar situações-problema aos alunos. Concordamos com Muniz quando este diferencia a resolução de um problema da resolução de uma situação-problema. O autor afirma que,

Se, na resolução de problema, o processo de construção de conhecimento é essencialmente pela produção escrita, na situação-problema, outros processos são mobilizados, igualmente importantes na Educação Matemática de nossos jovens: a discussão, o planejamento, a coleta de dados, a organização de informações, a utilização de recursos de novas tecnologias (calculadoras, planilhas, *softwares*), construção de maquetes, e de protótipos, a construção de tabelas e de gráficos, a concepção de diagramas e esquemas (por exemplo, o de árvore), desenhos, textos argumentativos escritos etc. (2009c, p. 112).

São vários os fatores que levam o autor citado a fazer essa diferenciação, entre eles, o que nos chama atenção é que uma situação-problema, segundo Muniz (2009c, p. 111), tem como fonte contextos mais reais, os problemas deixam de ser de propriedade do professor e os processos de interpretação e de resolução são significativamente mais complexos. Com isso, podemos dizer que o problema passa a ser autoria do aluno que pensa, levanta hipóteses, faz inferências, constrói esquemas, ou seja, vê-se em situação e age sobre ela para construir novos conceitos matemáticos.

Nessa perspectiva de proposição de situações-problemas, percebemos que os conceitos matemáticos não se reduzem às definições e às terminologias; os

conceitos se apresentam para os alunos de maneira dinâmica e viva, pertencente a um campo conceitual, como afirma Muniz (2009c, p. 111).

Por fim, é assim que concebo o espaço da sala de aula: como o lugar onde se encontram os “seres matemáticos”. Lugar onde se espera constituir um contexto sociointerativo, em que professor e alunos possam descobrir as motivações que os levam à construção de novos saberes.

Na próxima seção, discuto sobre a importância do campo conceitual na construção dos conceitos de grandezas e medidas. Para tanto, busco estabelecer um diálogo com a Teoria do Campo Conceitual de Gérard Vergnaud.

4.2 O campo conceitual e o processo de construção dos conceitos de grandezas e medidas

Um campo conceitual é um conjunto de situações, cujo domínio progressivo exige uma variedade de conceitos, de procedimentos e de representações simbólicas, em estreita conexão.

Vergnaud

Sabemos que o ensino da Matemática passou por longa trajetória nas reformas curriculares. Até os anos 1960, seu ensino era tido como Ensino Tradicional. Nas décadas de 1960 e 1970, o ensino da Matemática, em diferentes países, foi influenciado por um movimento que ficou conhecido como Matemática Moderna.⁴ Nesta época, “o que se propunha estava fora do alcance dos alunos, em especial daqueles das séries iniciais do Ensino Fundamental” (BRASIL, 1997, p. 21). No período entre as décadas de 1980 e 1990, ocorreu, no Brasil, um movimento contrário à Matemática Moderna; esse movimento favoreceu a reformulação do currículo e a formação da Sociedade Brasileira em Educação Matemática (SBEM), que tinha a proposta de “fortalecimento da aprendizagem matemática fora e dentro da escola”.

Diante do novo, há uma preocupação em despertar o gosto pela matemática. Passa-se a falar no aluno como um ser matemático: “se o aluno é visto enquanto ‘ser matemático’, faz-se necessário que a própria lógica formal seja construída a

⁴ Movimento iniciado nos Estados Unidos e que objetivava o alto e rápido desenvolvimento das ciências e das tecnologias visando à competição no contexto da guerra fria. Ênfase em cálculos e algoritmos desprovidos de compreensão e de significado para os alunos; foco na aritmética, desconsiderando outros campos da matemática, como a geometria e a estatística.

partir da lógica própria da criança que está em pleno crescimento psicológico e social” (MUNIZ, 2001, p. 3).

Dessa forma, compreendo que aprender e ensinar não são papéis específicos e únicos da escola. Sabe-se que a criança, desde que nasce, age em seu ambiente sociocultural, construindo saberes que a ajudarão a participar deste mundo. Em contrapartida, temos a escola, espaço instituído socialmente, em que a criança estabelece novas relações, apresentando-se como um lugar diferente do seu convívio familiar. Sendo assim, reconhecer e atuar nesse novo lugar é uma tarefa envolvente, em que todos os participantes deveriam em parte, orientar a criança no desenvolvimento de suas competências (VERGNAUD, 2009b).

Desenvolver competência significa compreender que o conhecimento passa por um processo que vai além da relação sujeito-objeto, como afirma Vergnaud (2009c, p. 17), competência compreende todos os registros da atividade: os gestos e a tomada de informações perceptivas, a linguagem e o diálogo, o raciocínio científico e técnico. A criança faz inferências, levanta hipóteses, estrutura esquemas, constrói novos conceitos em relação ao conhecimento, entre os quais, o matemático. Ademais, tanto criança quanto adulto se desenvolvem no seio de uma determinada cultura, por isso, é importante que a escola seja dinâmica e possa estabelecer uma comunicação entre o conhecimento prévio que os alunos constroem a partir do contexto cultural no qual estão inseridos e os conhecimentos científicos e técnicos que são responsabilidade do ensino formal.

Com isso, não se está afirmando que conhecimentos científicos e técnicos sejam produzidos apenas na escola; em outros espaços também ocorre essa construção. No entanto, o foco desta pesquisa está no espaço escolar, especificamente no que diz respeito à construção dos conceitos no processo aprendizagem-ensino de grandezas e medidas.

Para tal, entendo que o teórico Gérard Vergnaud (2009c), com a Teoria dos Campos Conceituais (TCC), contribui imensamente para iluminar a compreensão sobre como aprendemos e nos desenvolvemos em qualquer lugar e tempo da nossa história de vida.

Ao utilizar a TCC, tal como proposta por Vergnaud (2009), faz-se necessário a apropriação de alguns conceitos – sejam eles conceito em ato, teorema em ação, esquema, invariantes operacionais –, os quais são essenciais para compreendermos o que vem a ser um Campo Conceitual, uma vez que o estudo estará centrado na

análise da aprendizagem de conceitos científicos matemáticos, buscando descrever e compreender os processos de conceitualização no campo das grandezas e medidas. A respeito da TCC, o referido autor diz:

trata-se de uma teoria psicológica do conceito ou, melhor ainda, da conceitualização do real: permite identificar e estudar as filiações e as rupturas entre conhecimento do ponto de vista de seu conteúdo conceitual; permite igualmente analisar a relação entre os conceitos como conhecimento explícitos e as invariantes operatórias que estão implícitas nas condutas dos sujeitos em situação, assim como aprofundar a análise das relações entre significados e significantes (VERGNAUD, 1991, p. 134 *apud* FÁVERO, 2009, p. 245).

Em resumo, para Vergnaud, a TCC é uma teoria psicológica do conceito. Ainda em seu artigo intitulado “A contribuição da psicologia nas pesquisas sobre a educação científica, tecnológica e profissional do cidadão” (2009a), o autor questiona qual seria a contribuição da psicologia nas pesquisas sobre educação.

Vergnaud (2009c) resume sua resposta por meio de três palavras: *desenvolvimento*, *atividade* e *representação*. O autor aponta que, com relação ao *desenvolvimento* das crianças, os psicólogos possuem uma sólida experiência já amplamente debatida e divulgada. Apesar de haver uma lacuna nas pesquisas sobre o desenvolvimento dos adultos, o autor afirma que tanto crianças como adultos continuam se desenvolvendo em todos os aspectos (gestos, afetos, emoções, linguagem, relações com outrem, saberes e competências científicos e técnicos).

No que se refere à *atividade*, Vergnaud afirma que os psicólogos aprenderam a analisar o comportamento em circunstâncias concretas, além de analisarem as operações de pensamento subjacentes a esse comportamento. Finalmente, quando fala sobre *representação*, Vergnaud completa afirmando que, longe das reduções behavioristas, os psicólogos podem fornecer chaves para desvelar as componentes da representação: consciência, conceitualização, linguagem, além dos sistemas de signos e dos esquemas (formas de organização da atividade) que constituem a peça mais dinâmica desses componentes.

Assim, o referido autor ainda acrescenta que “cultura” e “comunicação” são também essenciais por serem indispensáveis para compreender as três ideias mencionadas. Vergnaud (2009c) confirma que adultos e crianças se desenvolvem no seio de comunidades culturais, na cooperação e na contradição em relação a

outrem. E a comunicação traduz as relações entre as duas formas do conhecimento – a operatória e a predicativa. Enquanto a forma operatória é aquela em que aparece a expressão da atividade em circunstâncias concretas, a predicativa diz respeito aos enunciados e simbolismos.

Pode ocorrer, em alguns momentos, que a forma predicativa do conhecimento não venha a atingir sua forma operatória. Como é o caso do exemplo citado por Vergnaud (2009a, p. 17), de uma empresa de produção de concreto em que ocorrem, com frequência, defeitos nas bombas de água dos caminhões betoneiras. Na falta do mecânico responsável, mesmo que ele explique para seus colegas como fazer para consertar a bomba d'água, os demais operadores, ao tentarem resolver o problema, não o conseguem solucionar. Isso demonstra o que afirmamos antes, sobre a forma predicativa, pois, ao dizer como fazer, não se atingiu o saber fazer do mecânico ausente; a betoneira continua com defeito e, somente quando o mecânico retorna, é que o problema pode ser solucionado.

Geralmente, o que vejo no espaço escolar é uma didática voltada para a reprodução, ou seja, as tarefas são centradas em modelos prontos; ao aluno não é dada a oportunidade de conhecer que existem várias possibilidades diferentes de se resolver os problemas propostos e, muito menos, de poderem dizer como chegaram às soluções alternativas.

Assim, posso dizer que o grande desafio da escola seria compreender que, para se adquirir conhecimentos, o aluno tem de desenvolver as duas formas de conhecer: o “saber fazer” e o “como fazer”. Para tal, como nos afirma Vergnaud (2009a, p. 19), não há outra escolha a não ser analisar sua atividade em situação.

O que seria então, analisar a atividade em situação? Temos aqui dois conceitos importantes – o conceito de “atividade”, já definido anteriormente como ação em situação concreta, os nossos gestos, afetos, emoções, a linguagem, as relações, os diálogos, o raciocínio, os saberes e as competências; e o conceito de “situação” que será definido agora. É perceptível que a atividade acontece a partir de certa situação.

Conclui-se, então, que uma não exclui a outra, Vergnaud (2009c, p. 54) destaca que o conhecimento é adaptação a situações, dizendo também que o que se adapta, em primeiro lugar, são as formas de organização da atividade, ou seja, os esquemas. Muniz (2009c, p. 130) ressalta que, infelizmente, a escola não dá a devida importância à situação como fonte de ação cognitiva, ainda mais quando

temos uma escola apoiada simplesmente no “arme e efetue”, com atividades dissociadas dos contextos socioculturais. Dividir bolinhas de gude não é o mesmo que dividir chocolate, nem o mesmo que dividir crianças ou dividir o tempo, como nos mostra Muniz (2009c).

Por isso, é essencial que se dê atenção para a escolha das situações que serão propostas no espaço escolar, especificamente na sala de aula onde alunos e professor interagem em plena atividade. Alunos com vontade de aprender e construir novos conhecimentos, e o professor, além da mesma vontade, ainda tem a tarefa de selecionar, com cuidado, as situações, uma vez que é o responsável pela organização desse ambiente, com a responsabilidade de proporcionar aos aprendizes situações que os desafiem, o tempo todo, a perceberem que são capazes de desenvolverem as duas formas de conhecimento: tanto a de “saber fazer”, como também a de explicitarem o “como fazer”.

Nesse sentido, “saber fazer” e “como fazer” são duas formas de conhecimento que nos permitem analisar a atividade em situação. Para tal, é fundamental que saibamos, conforme afirma Vergnaud (2009c, p. 43), que o conhecimento é adaptação que ocorre pelos esquemas; estes, por sua vez, adaptam-se a situações. Mas o que vem a ser um esquema?

O esquema, segundo Vergnaud, é a organização da atividade. Simples assim? Nem tanto. Para compreender o que seja um esquema, é interessante utilizar um exemplo. Muniz (2009c), em suas pesquisas, traz alguns exemplos de esquemas ao analisar protocolos produzidos pelas crianças.

Vejamos um exemplo:

Quadro 1 – Protocolo da menina Luíza do 4º ano do Ensino Fundamental, 9 anos

Caso Luíza	Esquema
$ \begin{array}{r l} 48 & 14 \\ -28 & \hline 20 & 2 \ 1 \\ -14 & \\ \hline 6 & \end{array} $	<ul style="list-style-type: none"> • 48 dividido por 14 = 2 • 2 vezes 14 = 28 • 48 menos 28 = 20 • 20 dividido por 14 = 1 • 1 vezes 14 = 14 • 20 menos 14 = 6 <p>(o que revela conceitos em ação)</p>

Fonte: Muniz (2009c, p. 44).

Neste exemplo, se o professor levar em consideração somente o resultado desta divisão, provavelmente, ele a considerará errada, pois quarenta e oito dividido por quatorze jamais será vinte e um. Essa criança, ao ser desafiada a resolver essa operação, produziu um esquema que não foi registrado no papel. Somente após conversa com a aluna é que professor e pesquisador puderam entender que a resposta não era 21 e sim 3, pois, em sua fala, a criança explica: “Vinte e um, não! Tá vendo, é 2 e 1, três, 2 vezes 14 e 1 vez 14, dá 3, e sobra 6, porque dá 42” (MUNIZ 2009c). Este é o esquema revelado pela aluna que não estava escrito no papel, somente no seu esquema mental.

Assim, é possível perceber, conforme afirma Muniz (2004 *apud* MUNIZ, 2009a, p. 44), que a

análise das competências matemáticas do aluno via análise do registro frequentemente gera erros por parte do avaliador, seja ele pesquisador ou professor, uma vez que o esquema é um produto de ordem psicológica, apoiada na representação mental. O esquema é geralmente um construto mais amplo e complexo que o apresentado no papel ou no quadro da sala de aula. A fala do seu autor contribui com o processo de análise da produção de esquemas, permitindo ao mediador uma mais real compreensão dos reais significados das produções matemáticas.

Analisar os protocolos que os alunos produzem é o caminho para compreender o “seu fazer matemático”, pois, segundo Vergnaud (2009c), as nossas competências residem no conhecimento, e uma das formas de se revelar esse conhecimento é através dos esquemas, ou seja, da maneira como organizamos a atividade em uma dada situação.

Vergnaud (2009a, p. 44) ainda diz que um esquema é composto por quatro categorias de elementos: *objetivos, subobjetivos e antecipações; regras para agir, coletar informações e monitorar, invariantes operatórias: conceitos em ação e teoremas em ação e possibilidades de inferências*. O autor explica essas categorias assim:

As regras formam a parte propriamente generativa do esquema: elas engendram a atividade à medida que evoluem as variáveis da situação. A atividade engendrada deste modo é constituída, a um só tempo, por ações, coleta de informações e monitoramento. Por sua vez, as invariantes operatórias formam a parte propriamente epistêmica do esquema (e da representação): elas consistem em categorias (conceitos em ação) e em proposições consideradas verdadeiras (teoremas em ação), cuja função é precisamente a de coletar e selecionar a informação pertinente, além de proceder a seu tratamento, para inferir objetivos, antecipações e regras. (VERGNAUD, 2009c, p. 45).

Assim, confirma-se a importância da análise da atividade, principalmente para respondermos às questões levantadas por este estudo e podermos atingir os objetivos propostos. À medida que se propõe a analisar a atividade, no caso em foco, as atividades dos alunos e professora, também se analisam suas competências.

No entanto, é preciso estar consciente, como afirma Vergnaud (2009c), de que é impossível descortinar os diferentes níveis de organização da atividade em que se verifica a intervenção das invariantes operatórias com seus efeitos relativos à identificação dos objetivos e subobjetivos, assim como com os efeitos concernentes à emergência das regras e regulações/modo/instruções do procedimento.

Afinal, o que são, na TCC, invariantes operatórias? Pelo que sabemos até agora, elas são uma das quatro categorias do esquema: os chamados conceito em ato e teorema em ato. Mas como eles atuam na organização da atividade?

Segundo Vergnaud (2009c), o conceito de invariante operatório é, sem dúvida, o conceito mais decisivo na teoria de Piaget. O autor ainda afirma que é em torno dele que se articulam os fatos psicológicos mais importantes e se, evidentemente, ele não é isolável dos outros conceitos, ele constitui a mola mestra do sistema. Ele diz que a ideia de estabilidade relativa a um conjunto de transformações ou de variações é que exprime o conceito de invariante e o adjetivo “operatório” incorpora a ideia complementar de que esta estabilidade é necessária à ação do sujeito e, além disso, de que esta ação é o que determina o critério da presença do invariante.

Conforme visto anteriormente, um esquema é aquele que organiza a atividade em uma dada situação. Porém, quando o sujeito está em ação, é possível verificar em seus esquemas os conceitos que estão implícitos nessa atividade. Por exemplo, uma criança pequena que é desafiada a contar os colegas de sala para distribuir o lanche pode proceder essa contagem de várias maneiras; pelo menos o conceito de correspondência biunívoca se fará presente neste processo. Ao observá-la, podemos notar que há uma sincronia de movimentos em sua atividade, ou seja, ela sabe que tem que contar os colegas (enumerá-los), para isso, elege alguns objetivos, são eles que permitem as antecipações (o que e como fazer), e, finalmente, parte para a contagem em si, utilizando o gesto corporal, que pode incluir o movimento do braço, da mão, do dedo, do olhar que acompanha cada um e até a fala – “um, dois, três...” – no momento da contagem. Podemos dizer que aqui temos as regras de ação que geram a atividade.

Entretanto, conforme afirma Muniz (2009c), são os conceitos em ação que permitem ao sujeito selecionar e tomar informações consideradas como relevantes para produção de uma solução de acordo com seus objetivos. Assim, como selecionar os teoremas em ação necessários à realização dos cálculos? E se a criança fosse direto ao quadro de pregas e pegasse os palitos que representam o número total dos colegas presentes? Será que de fato essa ação representaria um esquema ou seria apenas a reprodução do que é feito rotineiramente em sala de aula? Será que a criança, com essa atitude, sabe fazer a contagem?

Nesse sentido, não se pode perder de vista que, à medida que professor e pesquisador identificam os esquemas subjacentes dos alunos, estes passam a ter melhor compreensão dos conhecimentos em ato, conforme nos aponta Muniz (2009c).

Por isso, somente é possível saber se a criança está elaborando um esquema ou não se estivermos atentos a suas ações, se conversamos com ela para que explique suas estratégias, enfim, se formos capazes de mediar e intervir no processo de aprendizagem escolhendo situações que possam ser desestabilizadoras, sem esquecer de se levar em consideração o ponto de desenvolvimento que o aluno atingiu.

Por fim, concluo que a TCC é adequada para a pesquisa em educação, uma vez que ela investiga as relações existentes entre os conceitos prévios e os conceitos científicos nas situações de aprendizagem.

Tenho consciência de que nossa discussão sobre a TCC não se esgota por aqui. É uma teoria complexa que requer um aprofundamento maior, no entanto pensamos que o que está proposto nesta seção nos ajudará a encontrar uma solução para a problematização do nosso estudo, que é: as tarefas propostas em sala de aula favorecem o desenvolvimento conceitual das grandezas e medidas comprimento, massa e capacidade nos anos iniciais?

Assim, na seção que se segue irei tecer uma discussão acerca da formação dos conceitos numa abordagem histórico-cultural, tal com desenvolvida por Liev Semionovich Vigotsky.

4.3 A formação dos conceitos: aprendizagem-ensino de grandezas e medidas

Os conceitos científicos são os portões através dos quais a tomada de consciência penetra no reino dos conceitos infantis.

Vigotsky

Na seção anterior, foi destacada a importância do Campo Conceitual para as situações de aprendizagem-ensino. Vergnaud (2002, p. 15) define um campo conceitual como um conjunto vasto, porém organizado, de situações. O autor completa que, para compreender essas situações, é preciso um conjunto de esquemas de conceituações de representações simbólicas. Afirma, ainda, que também é possível ver o campo conceitual como conjunto de conceitos que permite dar conta de uma dada situação ou um conjunto de situações.

Com isso, os conceitos são mobilizados por nós, em nosso cotidiano, para que possamos nos desenvolver em determinada cultura, em nossos meios sociais, seja na família, na escola, na universidade, no trabalho, enfim, em qualquer situação de vida.

De que conceitos estou falando? Qual abordagem irei utilizar ao me referir aos conceitos? Mesmo sabendo que Vergnaud, ao desenvolver a Teoria dos Campos Conceituais, recorreu aos postulados de Piaget e de Vigotsky, nesta seção, preferimos optar pela abordagem histórico-cultural de Liev Semionovich Vigotsky. Sua obra é vastíssima e essa escolha se deve ao fato de este teórico ter estudado questões fundamentais do pensamento infantil, entre os quais, o desenvolvimento dos conceitos científicos na infância. Ademais, o presente estudo está centrado na formação de conceitos na aprendizagem-ensino de grandezas e medidas, o que desencadeia o desafio de responder às questões apontadas nesse estudo.

Ao propor estudar a construção dos conceitos dos temas grandezas e medidas, penso ser essencial compreender como estes se desenvolvem a partir de determinada prática pedagógica, ou seja, quais situações o professor deve eleger e propor aos alunos para que eles possam se sentir desafiados a construir novos conceitos. O que seria então, construir novos conceitos, principalmente no campo conceitual das grandezas e medidas? Quais seriam as situações que incentivariam o papel de um sujeito ativo e motivado pelas grandezas e medidas?

Ao se falar em novos conceitos estamos nos referindo aos conceitos científicos abordados nos estudos de Vigotsky (2000), isto é, aqueles que não são

assimilados nem decorados pela criança, não são memorizados, mas *surgem e se constituem por meio de uma imensa tensão de toda a atividade do seu próprio pensamento*. O autor ainda afirma que há uma diferença na relação entre os conceitos científicos e os conceitos espontâneos:

A relação dos conceitos científicos com a experiência pessoal da criança é diferente da relação dos conceitos espontâneos. Eles surgem no processo de aprendizagem escolar por via inteiramente diferente no processo de experiência pessoal da criança. As motivações internas, que levam a criança a formar conceitos científicos, também são inteiramente distintas daquelas que levam o pensamento infantil à formação de conceitos espontâneos (VIGOTSKY, 2000, p. 263).

Isso me leva a crer que, desde nosso nascimento, passamos por experiências distintas e diversificadas; no entanto, o mesmo autor afirma haver duas fases na vida da criança: antes da vida escolar e depois dela. Sendo assim, posso dizer que é na nossa primeira infância, quando começamos a falar, que desenvolvemos os conceitos espontâneos, ou seja, a partir das nossas vivências e experiências com os adultos, inseridos em determinada cultura, é que aprendemos palavras novas, outros significados, os quais podemos chamar de conceitos, que nos fazem atuantes e participantes nos meios em que vivemos. Como mencionado por Vigotsky, é no processo de aprendizagem escolar que desenvolvemos os conceitos científicos, os quais abordaremos mais adiante.

Todavia, não podemos deixar de considerar que o mundo em que vivemos hoje é diferente daquela época em que Vigotsky viveu. É preciso ter consciência de que os conceitos científicos participam também da vida da criança e do adulto fora da escola. Hoje, praticamente vivemos na era das informações com tecnologias avançadas, internet, TV a cabo, livros, revistas etc. Nesse contexto, a maioria das crianças e adultos chega à escola com vários conceitos científicos em processo de construção. Assim, penso que cabe à escola formalizar e sistematizar esses conceitos.

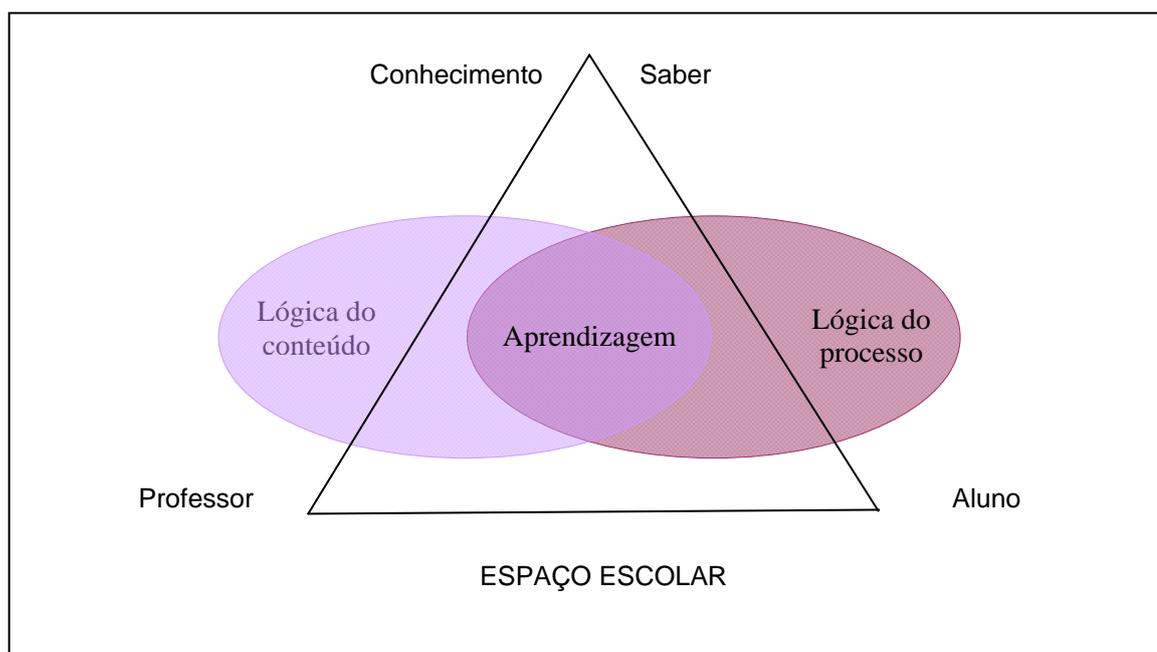
No entanto, é importante salientarmos que, conforme afirma Vigotsky (2000, p. 261), ambos os conceitos se comportam de maneira diferente em tarefas idênticas que requeiram operações lógicas idênticas. Ele ainda nos diz que a aprendizagem na idade escolar é o momento decisivo e determinante de todo o desafio do desenvolvimento intelectual da criança, inclusive do desenvolvimento dos seus conceitos.

É aqui que Vigotsky (2000) chama nossa atenção para a ideia de que o desenvolvimento não se subordina ao programa escolar, pois tem sua própria lógica.

Isso significa que, no espaço escolar, há uma lógica determinada composta por um currículo com conteúdos a serem ensinados, por um tempo dividido em dias letivos, por conseguinte em períodos e horários que devem ser cumpridos, e essa lógica não acompanha o processo de desenvolvimento da criança. Por isso, é essencial que os professores tenham consciência que são duas lógicas diferentes no espaço escolar: a lógica do processo e a lógica dos conteúdos. Além disso, é importante também estarem atentos para o fato de que o ensino deve ser pensado sob o foco da interação e da colaboração entre os envolvidos no processo de aprendizagem e desenvolvimento (professor-aluno e aluno-aluno). Segundo Vigotsky (2000, p. 244), é nessa interação e colaboração que ocorre o amadurecimento das funções psicológicas superiores da criança.

Na figura 1, apresento um esboço de um esquema, adaptado por mim, a partir da triangulação proposta por Brousseau (2008, p. 17) entre conhecimento/saber, professor e aluno, para mostrar como poderíamos, no espaço escolar, fazer a relação entre a lógica dos conteúdos e a lógica do processo, afinal, não podemos centrar nossas reflexões em torno apenas de uma dessas lógicas.

Figura 1 – A relação entre a lógica do conteúdo e a lógica do processo no espaço escolar



Dessa forma, não podemos deixar de considerar que os processos de aprendizagem e de desenvolvimento não acontecem apartados um do outro. É preciso saber que a aprendizagem e o desenvolvimento não coincidem

imediatamente, mas são dois processos que estão em complexas inter-relações; e saber, ainda, que a aprendizagem só é boa quando está à frente do desenvolvimento (VIGOTSKY, 2000, p. 334).

Posso inferir que, para que possamos nos desenvolver, ou seja, para que nossas funções psicológicas amadureçam, passamos por um processo de aprendizagem. Todavia, devemos nos atentar que todo esse processo não acontece de maneira linear, como se fosse algo estanque, dissociado dos demais processos.

Muito pelo contrário, é possível verificar a dinâmica que ocorre no processo aprendizagem e desenvolvimento ao recorrermos à afirmação de Vigotsky (2000), em que ele destaca que, entre os processos de aprendizagem e de desenvolvimento existe certa reciprocidade, e que essa relação estabelecida não é uma relação simplificada, ou seja, há certa dependência entre estes dois processos, além de existirem relações complexas entre ambos que necessitam ser investigadas.

O referido teórico centra suas investigações em torno da aprendizagem e do desenvolvimento com o intuito de descobrir as relações complexas existentes entre o aprender e o desenvolver-se. Como vemos,

todas as investigações foram unificadas em torno da questão central da aprendizagem e do desenvolvimento e tiveram como objetivo descobrir as complexas relações de reciprocidade entre aprendizagem e desenvolvimento em áreas concretas do trabalho escolar, como ensinar às crianças ler e escrever, gramática, aritmética, ciências naturais, ciências sociais. Elas abrangeram várias questões: as peculiaridades da apreensão do sistema decimal em relação com o desenvolvimento de número; a consciência que a criança tem das suas operações ao resolver problemas matemáticos; a elaboração e solução de problemas por parte dos alunos de primeira série (VIGOTSKY, 2000, p. 310).

É nessa inter-relação existente entre a aprendizagem e o desenvolvimento que os conceitos estão ancorados. Vigotsky (2000, p. 334) nos mostra que o grande desafio da escola – e, nós acrescentamos, do professor – é perceber que a aprendizagem motiva e desencadeia para a vida toda uma série de funções que se encontram em fase de amadurecimento na zona de desenvolvimento imediato (ZDI). Isso significa que a aprendizagem não é determinada somente pelas funções maduras – o que a criança já sabe –, mas também se constrói sobre um terreno não amadurecido. Essa transição é definida por Vigotsky (2000, p. 327) como sendo a Zona de Desenvolvimento Imediato, que consiste na discrepância entre a idade mental real e o nível de desenvolvimento atual, o que é definido, por um lado, com o

auxílio dos problemas resolvidos com autonomia e, por outro, pelo nível que a criança atinge ao resolver problemas sem autonomia, em colaboração com outra pessoa.

Há momentos em que a criança é capaz de agir sozinha, sem a ajuda do outro, e há aqueles em que necessita da intervenção ou ajuda do professor. O trecho destacado a seguir traduz o que Vigotsky (2000, p. 325) chama de fase de amadurecimento e ZDI:

Existe um processo de aprendizagem; ele tem a sua estrutura interior, a sua sequência, a sua lógica de desencadeamento; e no interior, na cabeça de cada aluno que estuda, existe uma rede subterrânea de processos que são desencadeados e se movimentam no curso da aprendizagem escolar e possuem a sua lógica de desenvolvimento.

Dessa maneira, devemos levar em consideração que a aprendizagem e o desenvolvimento são processos dinâmicos que acontecem à medida que o que está situado na ZDI realiza-se e passa ao nível de desenvolvimento atual. É um ciclo que não se esgota e, chamo a atenção, mais uma vez, para o grande desafio do professor, qual seja: saber que, na escola, a criança não aprende o que sabe fazer sozinha, mas o que ainda não sabe e lhe vem a ser acessível em colaboração com o professor e sob sua orientação, como nos afirma Vigotsky (2000, p. 331). Vigotsky diz ainda que o fundamental, na aprendizagem, é justamente o fato de que a criança aprende o novo.

Uma vez que conseguimos compreender a reciprocidade entre aprendizagem e desenvolvimento e entender que ela ocorre em todas as fases de desenvolvimento da criança e que assegura as melhores condições para o desenvolvimento das funções psíquicas superiores que se encontram na ZDI, agora podemos buscar entender como funciona o desenvolvimento dos conceitos científicos na idade escolar.

Lembro-me que, como já foi dito, os conceitos são classificados em espontâneos e científicos, tanto um quanto o outro, nos tempos atuais, desenvolvem-se no meio social em que a criança vive, principalmente quando se trata da utilização de instrumentos de medidas. Assim sendo, devemos estar atentos que um conceito é mais do que a soma de certos vínculos associativos formados pela memória, é mais do que um simples hábito mental; é um ato real e complexo de pensamento que não pode ser aprendido por meio de simples memorização, como afirma Vigotsky (2000, p. 246). O autor ressalta que o conceito é um ato de generalização, mas que evolui cada vez que a criança e o adulto apreendem novos significados. Então, fica claro que as propostas de ensino não devem ser baseadas

em definições e terminologias para serem assimiladas e decoradas; cabe ao professor desafiar seus alunos propondo-lhes situações-problemas que os levem a desenvolver uma série de funções como a atenção arbitrária, a memória lógica, a abstração, a comparação e a discriminação.

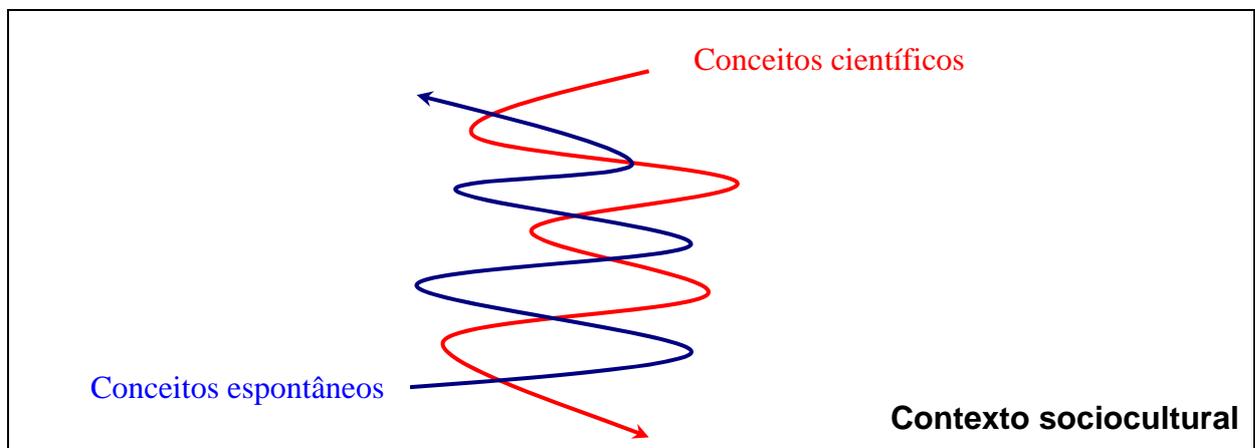
É essencial que o professor tenha conhecimento de que um conceito evolui, de que ele não é estático, pronto e acabado. A criança, e até mesmo o adulto, na sua trajetória de vida, o tempo todo, está construindo novos conceitos, por isso, um ensino centrado em memorizações, geralmente, poderia estar fadado ao fracasso, ao insucesso do processo de aprendizagem e ensino.

Assim, temos que ter conhecimento de como acontece o processo de formação dos conceitos espontâneos e científicos. Há uma questão abordada por Vigotsky (2000, p. 349) em suas investigações que nos chama bastante atenção:

O conceito espontâneo, que passou de baixo para cima por uma longa história em seu desenvolvimento, abriu caminho para que o conceito científico continuasse a crescer de cima para baixo, uma vez que criou uma série de estruturas indispensáveis ao surgimento de propriedades inferiores e elementares do conceito. De igual maneira, o conceito científico, que percorreu certo trecho do seu caminho de cima para baixo, abriu caminho para o desenvolvimento dos conceitos espontâneos, preparando de antemão uma série de formações estruturais indispensáveis à apreensão das propriedades superiores do conceito.

Se fosse explicar essa dinâmica por meio de um desenho, representá-lo-ia da tal como na figura 2.

Figura 2 – Trajetória dos conceitos espontâneos e dos conceitos científicos



A linha azul representa os conceitos espontâneos, de baixo para cima, e a linha vermelha, os conceitos científicos de cima para baixo. Ainda posso dizer que

a elaboração dos conceitos espontâneos acontece a partir do encontro imediato da criança com os objetos e somente depois de um longo desenvolvimento é que ela chega a tomar consciência do próprio conceito e das operações abstratas que os acompanham. Por sua vez, na elaboração dos conceitos científicos, ocorre ao contrário; aqui a criança faz o caminho inverso, ou seja, do conceito para o objeto. Dessa maneira, fica claro, mais uma vez, que os conceitos científicos não são construídos somente no espaço escolar, pois poderia inferir que a trajetória desses dois conceitos traduz-se em: a experiência abre caminho para o conhecimento, assim como o conhecimento abre caminho para a experiência, o que se traduz em uma relação dialética. Posso supor que a ZDP encontra-se justamente nos espaços existentes entre o conceito espontâneo e o conceito científico, como no desenho.

Percebe-se que os dois percorrem caminhos inversos, no entanto, no momento em que se encontram, segundo Vigotsky (2000, p. 350), o vínculo entre o desenvolvimento dessas duas linhas diametralmente opostas revela indiscutivelmente a sua verdadeira natureza: é o vínculo da Zona de Desenvolvimento Imediato e do Nível Atual do Desenvolvimento. Conforme Vigotsky (2000, p. 351), isto nos explica

tanto o fato de que o desenvolvimento dos conceitos científicos pressupõe um certo nível de elevação dos espontâneos, no qual a tomada de consciência e a arbitrariedade se manifestam na zona de desenvolvimento imediato, quanto o fato de que os conceitos científicos transformam e elevam ao nível superior os espontâneos, concretizando a zona de desenvolvimento imediato destes: porque o que a criança hoje é capaz de fazer em colaboração, amanhã estará em condições de fazer sozinha.

Por fim, é importante sabermos e levarmos em consideração que a aprendizagem não se inicia somente na fase escolar, ela existe também antes da escola e não termina enquanto houver pensamento verbal, ou seja, a aprendizagem é uma eternidade, tanto na vida das crianças quanto na vida dos adultos. Cabe a nós, pesquisadores e professores, entendermos que a formação dos conceitos científicos, na mesma medida que os espontâneos, não termina, mas apenas começa no momento em que a criança assimila pela primeira vez um significado ou termo novo para ela, que é veículo de conceito científico (VIGOTSKY, 2000).

Dessa maneira, espero encontrar respostas para nossas questões buscando, na seção seguinte, abordar o tema grandezas e medidas: as relações dos pares discretos – contínuo e qualidade – quantidade na formação dos conceitos.

4.4 Grandezas e medidas: as relações dos pares discreto/contínuo e qualidade/quantidade na produção do conhecimento matemático

Mas afirmar que a qualidade e a quantidade sejam indissolúveis não significa absolutamente que sejam idênticas: simplesmente uma é tão primitiva quanto a outra, a partir do ponto de vista genético, e culminam, em seu estado de equilíbrio operatório, em uma forma de solidariedade tal que não se poderia definir uma sem recorrer a outra.

Piaget

Falar em aprendizagem de conceitos associados às grandezas e medidas no espaço da sala de aula torna-se significativo na medida em que os consideramos como participantes do cotidiano dos aprendizes, ou seja, no dia a dia do aluno, quanto à sua medida, ao seu peso, sobre o quanto consome de alimento, quanto tempo leva para chegar à escola, qual a distância percorrida, se o espaço onde mora é suficiente para a família etc. Isto é, devemos levar em consideração que esses dois conceitos, além de terem uma relevância social, estão presentes na vida prática dos alunos, pois o tempo todo, desde seu nascimento, incluindo uma simples ida ao supermercado ou uma brincadeira com os amigos, eles estão imersos e, de alguma forma, são traduzidos em ações que envolvem grandezas e medidas.

Dessa forma, se a escola é o espaço que possibilita aos alunos o ensino formal, não podemos deixar de considerar as propostas curriculares tanto dos PCN (Parâmetros Curriculares Nacionais) como das Orientações Curriculares – Ensino Fundamental – Séries e Anos Iniciais, da Secretaria de Estado de Educação do Distrito Federal (SEEDF), as quais apresentam quatro grandes temas, que deverão ser estruturados desde o Ensino Fundamental até o Ensino Médio, entre os quais destacamos: números e operações; espaço e forma; grandezas e medidas e tratamento da informação.

No bloco sobre Grandezas e Medidas, que é o interesse da nossa pesquisa, os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1997, p. 56) fazem referência

à importância dos temas grandeza e medida desde o ensino fundamental: este bloco (medida e grandeza) caracteriza-se por sua forte relevância social, com evidente caráter prático e utilitário. Na vida em sociedade, as grandezas e as medidas estão presentes em quase todas as atividades realizadas. Desse modo, desempenham papel importante no currículo, pois mostram claramente ao aluno a utilidade do conhecimento matemático no cotidiano. As atividades em que as noções de grandezas e medidas são

exploradas proporcionam melhor compreensão de conceitos relativos ao espaço e às formas. São contextos muito ricos para o trabalho com os significados dos números e das operações, da ideia de proporcionalidade e escala, e um campo fértil para uma abordagem histórica.

Percebemos que, nas Orientações Curriculares – Ensino Fundamental – Séries e Anos Iniciais, da SEEDF, o bloco Grandezas e Medidas (DISTRITO FEDERAL, 2008, p. 72) não é tão diferente da proposta curricular dos PCN, que

refere-se à necessidade de, além de quantificar, medir para se entender e organizar o mundo. As ideias de grandeza e medida estão presentes na matemática, em todos os níveis, tendo como centro as relações entre grandezas, suas medidas e representações. As ideias de Grandezas e Medidas têm um peso importante nos primeiros anos e decresce nos anos seguintes. Como é um tema muito rico do ponto de vista das conexões entre a Matemática com situações não matemáticas, acaba por ser trabalhado ao longo de toda a escolaridade básica, principalmente na resolução de problemas. A competência a ser desenvolvida pelo aluno no aprendizado desse tema é: construir e ampliar noções de grandezas, variação de grandezas e medidas para a compreensão da realidade e a solução de problemas do cotidiano.

Nota-se que as duas propostas citadas levam em consideração que grandezas e medidas, além de apresentarem relevância social, estão presentes no dia a dia dos alunos. Confirmo, assim, a importância desses dois temas a serem trabalhados no espaço da sala de aula desde os anos iniciais. Além disso, tais temas nos desafiam a identificar quais conhecimentos, competências, habilidades e valores socioculturais contribuem para o desenvolvimento do aluno, seja intelectual, afetivo e criativo para lidar com as incertezas do mundo moderno.

Dessa forma, conceitualizar grandezas e medidas será essencial para respondermos às questões e atingirmos os objetivos do estudo ora proposto. Por isso, pensamos ser interessante buscar autores como Aleksandrov (1978 *apud* CUNHA, 2008);⁵ Brolezzi (1996); Nunes e tal. (2005); entre outros que discutem sobre os termos discreto e contínuo, com o intuito de situarmos as grandezas e medidas no campo da matemática.

De acordo com Aleksandrov (1978 *apud* CUNHA, 2008), o termo discreto e o termo contínuo são duas classes contraditórias. A classe dos discretos é a dos que podem ser divididos, e os contínuos são indivisíveis; o entendimento da unidade

⁵ ALEKSANDROV, A. D. et al. *La matemática: su contenido, métodos y significado*. Madrid: Alianza, 1988.

dialética do discreto-contínuo ocorre mediante a compreensão do desenvolvimento do conceito de número.

Por sua vez, Brolezzi (1996) utiliza em sua tese de doutorado os termos discreto e contínuo como duas ações básicas da Matemática: contar e medir. Esse autor expõe que existem certas grandezas chamadas *contáveis*, no caso os objetos de contagem, como por exemplo, a quantidade de jogadores em um time de futebol, e outro tipo de grandezas passíveis de *medidas*, como a largura e o comprimento do campo de futebol. Assim, posso dizer que as grandezas que contamos são chamadas de discretas e as grandezas as quais medimos são chamadas contínuas.

Brolezzi (1996, p. 2) chama a atenção para o fato de que na “Matemática, enquanto ciência organizada, há uma distinção entre a Matemática discreta e a parte referente ao tema da continuidade, o que não implica uma divisão completa da matéria”. Dessa forma, esse mesmo autor considera que, entre essas duas correntes da Matemática, há uma interação, ou seja, o par discreto e contínuo são parceiros entre si. Para Brolezzi (1996), o importante é compreender que as interações do discreto e do contínuo proporcionam de forma mais eficaz o desenvolvimento dos conceitos matemáticos, pois muitos deles têm origem exatamente nessa interação. O mesmo autor afirma que na história dos números, quando se deu sua origem, as variáveis discretas e contínuas já se relacionavam, ou seja, o uso de noções numéricas pelo homem esteve sempre associado tanto à ideia de contagem quanto à de medida.

Brolezzi (1996) busca argumentos para defender sua tese em Crump (1993 apud BROLEZZI, 1996, p. 7)⁶ e, em seus estudos, registra relações intrínsecas entre contagem e medida. Crump afirma que “não existe, no entanto, uma distinção cognitiva entre ‘contar’, e ‘medir’, e a relação entre ambos requer um estudo mais profundo”. Seus trabalhos mostram que o homem primitivo tanto contava quanto media, e foi a partir dessa relação que, possivelmente, teria surgido a ideia de número, utilizada para a ordenação, para a contagem e para a medida de tempo, distâncias etc.

Diferentemente de grande parte dos livros didáticos que trazem explicações para a origem dos números apenas com referência à contagem, os dois autores acima citados nos mostram que trabalhar com a relação discreto e contínuo é

⁶ CRUMP, T. *La antropología de los números*. Madrid: Alianza, 1993.

conveniente para a construção de muitos conceitos matemáticos como, por exemplo, o conceito de números naturais, racionais e reais.

Cunha (2008) aponta que há uma divergência conceitual entre Aleksandrov (1978 *apud* CUNHA, 2008) e Brolezzi (1996), uma vez que os autores apresentam divergências quanto às concepções sobre o discreto e o contínuo: o primeiro defende que essa concepção é dialética, ou seja, discreto e contínuo são características que vêm sempre unidas, já que não existem, na natureza, objetos infinitamente divisíveis e nem completamente contínuos – dada a existência real de tais características, uma predomina sobre a outra –; e o segundo expõe que ambos se relacionam proporcionando um melhor desenvolvimento em muitos conceitos matemáticos, principalmente na construção da ideia de número. No entanto, penso que a autora deixa de mencionar que, apesar de haver divergência entre os referidos autores, há também uma convergência concernente ao fato de ambos perceberem o discreto e o contínuo como pares conceituais importantes no desenvolvimento do conceito do número.

Outro aspecto importante nos estudos de Brolezzi (1996) é a conexão que o referido autor propõe entre as noções de discreto e contínuo e os termos quantidade e qualidade. O autor afirma que, embora discreto e contínuo sejam ambos tipos de quantidade, na verdade, há muitos qualitativos envolvidos na interação entre ambos (BROLEZZI, 1996, p. 37). Para o autor,

os aspectos qualitativos da realidade estão associados ao desenvolvimento da linguagem natural. A linguagem humana tenta apreender o mundo através das suas propriedades, dando adjetivos às coisas. O termo qualidade é utilizado para referir-se às propriedades de um objeto, como a cor, o aroma e o sabor de um bom vinho. Ao estudar algumas propriedades específicas, como a extensão do caule de uma flor ou o número de abelhas em uma colmeia, passam-se a utilizar os termos que pertencem ao gênero da quantidade, tradicionalmente em referência ao mundo das coisas que se medem ou se contam uma a uma. Aparentemente, a quantidade é um caso particular da qualidade, e cada termo possui seus usos específicos. Entretanto, o âmbito de cada termo não é tão delimitado, e não é clara a subordinação da quantidade à qualidade, nem vice-versa. Ambas concorrem igualmente para apreensão do real, e são definidas por mútua recorrência.

Outro autor que faz referência à associação entre os termos qualidade-quantidade é Piaget, quando estudou a epistemologia genética. Piaget relata:

afirmar que a qualidade e a quantidade sejam indissolúveis não significa absolutamente que sejam idênticas: simplesmente uma é tão primitiva quanto

a outra, a partir do ponto de vista genético, e culminam, em seu estado de equilíbrio operatório, em uma forma de solidariedade tal que não se poderia definir uma sem recorrer a outra. (1978 *apud* NUNES et al. 2005, p. 82).

Cunha (2008) também destaca que, para o entendimento de quantidade, faz-se necessária uma revisão da noção da qualidade sob o aspecto do discreto e do contínuo, bem como da relação entre esses dois. A autora afirma que um dos obstáculos encontrados em escolas do Ensino Fundamental é que a grandeza não é trabalhada como algo relativo resultante da comparação das qualidades comuns entre objetos e, conseqüentemente, o mesmo ocorre com o ensino de medida (CUNHA, 2008, p. 33). Cunha relata que, em geral, nas escolas para crianças, objetos como pedras, maçãs, formigas, elefantes, grãos de feijões etc. só são passíveis de apresentar características discretas; na maioria das vezes, omite-se o fato de esses objetos apresentarem outras qualidades relacionadas a aspectos contínuos como a massa, a temperatura, o peso, a cor, a densidade etc.

Dessa maneira, não posso deixar de sinalizar que uma mesma grandeza pode ser vista sob os dois aspectos: o contínuo e o discreto, e que, quando comparada quantitativamente, é preciso definir que qualidade da grandeza está sendo considerada, ou seja, se é seu aspecto contínuo ou discreto.

Nesta pesquisa, por tratar da construção de conceitos na aprendizagem e do ensino de grandezas e medidas, proponho que deveríamos dar ênfase tanto aos aspectos discretos quanto aos contínuos, pois concordamos com Nunes et al. (2005, p. 121) quando afirmam que, apesar

das diferenças entre quantidades contínuas e descontínuas, elas estão na mesma estrutura lógica, que é a relação parte-todo: a soma das unidades é igual ao valor do todo. Essa estrutura lógica relaciona-se ao fato de que a medida dessas quantidades é essencialmente uma comparação entre duas quantidades da mesma natureza. “Três metros” expressa a comparação de uma unidade de comprimento, o metro, com outro comprimento, o comprimento da mesa. Da mesma maneira, “três tijolos” expressa a comparação entre uma unidade, o tijolo, e outra quantidade da mesma natureza, uma pilha de tijolos.

Também estou de acordo com Piaget (1978 *apud* NUNES et al. 2005, p. 120),⁷ o qual salientou que a

⁷ PIAGET, J. *O nascimento da inteligência na criança*. Rio de Janeiro: Zahar, 1978.

lógica subjacente às quantidades contínuas e descontínuas é muito semelhante. No entanto, é mais difícil para a criança compreender as quantidades contínuas porque, no caso dessas quantidades, as diferentes unidades que compõem a quantidade não são percebidas separadamente. A criança precisa imaginar que um comprimento pode ser analisado em partes para que as partes sejam contadas. Além disso, a criança precisa compreender que as partes devam ser iguais. Se as unidades não forem iguais, o significado do número torna-se ambíguo.

Daí a importância dos conceitos discreto e contínuo serem trabalhados juntos, pois tanto um quanto o outro necessitam da compreensão da parte-todo, ou seja, tanto no ato de contar como no ato de medir, a criança tem que estabelecer essa relação para compreender a ideia de quantidade. De acordo com Piaget (1978, p. 128), o número é uma síntese feita por abstração reflexiva das relações de ordem e de inclusão hierárquica, desse modo, acreditamos que o mesmo fenômeno ocorre com as quantidades contínuas. Para as medidas de comprimento, massa e capacidade, a inclusão hierárquica também se faz presente naturalmente, pois dois metros contêm, de fato, um metro; três litros, além de conterem um litro, também contêm dois litros; e assim sucessivamente.

Por isso, também não posso discordar das ideias de Brolezzi (1996), Crump (1993 *apud* BROLLEZI, 1996) e Aleksandrov (1978 *apud* CUNHA, 2008), pois, com suas características próprias, contribuem para a construção dos conceitos da aprendizagem-ensino de grandezas e medidas. Como já foi dito, os autores compreendem os aspectos contínuos e discretos no desenvolvimento do conceito do número e, ao trabalharmos com grandezas e medidas, também estamos dando continuidade à construção da ideia de número, os conteúdos que se referem aos números naturais e racionais. Conforme afirma Moura (1995, p. 45),

é a partir da inter-relação *espaço-número-medida* que os conceitos matemáticos ficam impregnados de sentido. Durante o processo de construção do conhecimento de medida, a criança experimenta a relação (espaço-medida) aplicando a extensão da unidade sobre a extensão da grandeza; realiza contagens (número) contando os deslocamentos da unidade sobre a grandeza.

Além disso, nesse processo de construção dos conceitos da aprendizagem-ensino de grandezas e medidas, o campo conceitual que envolve o referido tema é amplo e requer a elaboração de muitos esquemas, os quais, de acordo com Muniz, Batista e Silva (2008), estão conectados aos sentimentos e percepções, que, a nosso ver, são essenciais para a aprendizagem e desenvolvimento dos alunos.

Acredito que somente é possível construirmos novos conhecimentos se levarmos em consideração que o aprendiz é um sujeito cognitivo, afetivo e perceptivo no mundo no qual atua. Por isso, compreendo que grandeza e medida jamais poderiam estar apartadas das emoções e percepções, pois estas fazem parte do contexto sociocultural dos alunos.

Sendo assim, será interessante responder às seguintes questões: o que é grandeza? Qual a relação entre grandeza, medida, emoção e percepção? Por que os pares discreto-contínuo e qualidade-quantidade estão presentes numa grandeza? Qual importância da grandeza para a aprendizagem e desenvolvimento dos alunos?

Silva (2004, p. 16), em seu livro *História dos pesos e medidas* define grandeza (mensurável) da mesma forma que o Instituto Nacional de Metrologia o faz, ou seja, como atributo de um fenômeno, corpo ou substância que pode ser qualitativamente distinguido e quantitativamente determinado. Nesse livro, a intenção do autor é fazer um resgate da origem dos pesos e medidas ao longo da história, seu foco não está em si na definição de grandeza, por isso, ele traz o conceito do Inmetro. Mesmo nessa definição, pura e objetiva, percebemos a presença dos pares qualidade e quantidade, ou seja, uma grandeza, seja ela qual for, pode ser caracterizada tanto por seus aspectos qualitativos quanto pelos quantitativos. Porém, nota-se que, nessa definição do Inmetro, não há qualquer referência à relação existente entre qualidade e quantidade.

Já para Davydov (1982 *apud* CUNHA, 2008), grandeza é uma relação elementar entre as qualidades que atribuímos aos objetos do ponto de vista da quantificação. Essa relação ou grandeza estabelece a base para a elaboração dos conceitos matemáticos fundamentais como, por exemplo, o conceito de número. Concordo com Davidov, uma vez que, em sua definição, não aparece a grandeza apenas como característica do objeto a ser quantificado. Ela é localizada no bojo de uma relação que se estabelece entre o que podemos quantificar e as qualidades atribuídas ao que será passível de quantificação. Um exemplo que ilustra essa relação seria compararmos um elefante com 100 formigas; ao compararmos suas qualidades, podemos nos deparar com duas situações: *i*) temos mais formigas que elefante (no caso estamos nos referindo ao aspecto discreto); e *ii*) sob o aspecto contínuo, um elefante pesa muito mais do que 100 formigas. Com isso, posso concluir que, para se comparar quantitativamente grandezas, é preciso definir a que qualidade da grandeza estamos nos referindo.

Minha experiência docente me permite dizer o quanto é difícil identificar definições de grandeza nos livros didáticos dos anos iniciais. Quando se encontra qualquer referência desse conceito, observa-se grande simplificação: “grandeza é tudo o que pode ser medido”. Não quero, com isso, afirmar que é necessário definir o termo grandeza para os alunos no início de escolarização, mas gostaria de chamar atenção, como aponta Cunha (2008), para a necessidade de entendermos seu significado, ou seja, de compreendermos que, para o entendimento de uma grandeza, é importante a noção da relação qualidade-quantidade nos objetos.

Em geral, posso inferir, a partir de minhas experiências docentes, que, nos anos iniciais de escolarização, não se leva em consideração que uma grandeza seja algo que resulte da comparação das qualidades comuns entre objetos. Por exemplo, os objetos geralmente são enumerados somente de acordo com os seus aspectos discretos, não se apresentam outras qualidades relacionadas aos aspectos contínuos como massa, temperatura, cor, peso, dureza etc.

Neste estudo, a partir da contribuição teórico conceitual apontada até o momento, foi delineada a noção da grandeza conforme as seguintes características:

1. o que se quantifica do corpo, do objeto, do espaço, do tempo;
2. o que se obtém por medida para quantificar e/ou atribuir qualidade;
3. é resultado de uma comparação;
4. sempre vem associada à necessidade e processo de medida.

O interessante é sabermos que a noção de grandeza constitui-se como um conceito fundamental a ser construído para se compreender o processo de medir, que é uma competência central no currículo do ensino fundamental. Desde cedo, a criança já entra em contato com experiências de medir e, geralmente, mede-se uma diversidade de grandezas que nem sempre é aquela que a escola procura ensinar. Por exemplo, a criança desde cedo compara seu tamanho, seu peso, sua idade, mas também compara o amor de mãe com o amor de pai, a coragem do seu colega com a sua, os seus medos, seus momentos de alegrias e tristezas. Por isso, estamos de acordo com Cunha (2008), quando afirma que existe uma diferença significativa entre “fazer medida” e “pensar a medida”:

Quando fazemos medida, agimos de forma mecânica: usamos instrumentos de medidas, medimos simplesmente, sem refletirmos sobre os conceitos matemáticos envolvidos nessa ação. [...] No entanto, quando pensamos sobre a medida estamos pensando nas qualidades e nas relações desta com o objeto a ser medido. [...] entendemos que a medida é uma forma do pensamento de ver e modelar uma quantidade que faz parte da realidade (CUNHA, 2008, p. 29).

Sendo assim, acredito que, na escola, o aluno deveria ser desafiado a “pensar a medida” primeiro, para só depois “fazer medida”, pois entendo que uma complementa a outra. É preciso partir da experiência que a criança tem de medida, mesmo aquela implícita em locuções da língua materna e compreendida dentro de sua utilização familiar, como maior, menor, dois, três, metade, três quartos, somar colocar lado a lado, encher pouco a pouco, equilibrar uma balança etc. para podermos considerar meandros da realidade, como nos aponta Moura (1995, p. 50).

No livro de Malba Tahan *O homem que calculava*, Beremiz, ao realizar seu curso de Matemática para Telassim, a filha do xeique, relata (1998, p. 58-59):

Medir, senhora, é comparar. Só são, entretanto, suscetíveis de medidas as grandezas que admitem um elemento como base de comparação. Será possível medir-se a extensão do espaço? De modo nenhum. O espaço é infinito e, sendo assim, não admite termo de comparação. Será possível avaliar a Eternidade? De modo nenhum. Dentro das possibilidades humanas, o tempo é sempre infinito e, no caso da Eternidade, não pode o efêmero servir de unidade de avaliações. Em muitos casos, entretanto, ser-nos-á possível representar uma grandeza que não se adapta aos sistemas de medida por outra que pode ser avaliada com segurança e vigor. Essa permuta de grandeza, visando a simplificar os processos de medida, constitui o objeto principal de uma ciência que os homens denominam Matemática. [...] Falam alguns nas Ciências Matemáticas, como se a Aritmética, a Álgebra e a Geometria formassem partes inteiramente distintas. Puro engano! Todas se auxiliam mutuamente, se apoiam umas nas outras e, em certos pontos, se confundem (MALBA TAHAN, 1998, p. 58-59).

Caraça (1998 *apud* MOURA, 1995)⁸ também afirma que medir envolve comparar, que para se medir os objetos nem sempre é suficiente a simples avaliação *é maior que* ou *é menor que*. Na maioria dos casos, é preciso saber *quanto mede*. O referido autor diz que, para se medir, deve-se primeiro escolher a unidade a ser medida; segundo, estabelecer um padrão único de comparação para todas as grandezas da mesma espécie; e, por fim, responder à pergunta “quantas vezes?”, o que se faz dando um número que expresse o resultado da comparação com a unidade.

⁸ CARAÇA, B. J. *Conceitos fundamentais de matemática*. Lisboa: [S.n.], 1975.

É interessante ressaltar que comparar não significa apenas a sobreposição de dois objetos; a ação de medir é muito mais complexa que isso, exige que nossos alunos tenham outros conhecimentos já construídos, relatados por nós como os pares discreto-contínuo, qualidade-quantidade, grandezas, ideia de número etc.

Embora saibamos que o avanço do comércio e da indústria fez com que o homem universalizasse o padrão de medida com o intuito de harmonizar a produção e as trocas, uma das principais vantagens dessa padronização foi definir o Sistema Métrico como decimal, em que se traduz a mesma estrutura do sistema de numeração decimal hindu-arábico, conhecido no mundo inteiro. Ainda assim, reitero que o processo de aprendizagem e de ensino de grandeza e medida no espaço escolar deva acontecer a partir da percepção que o aluno tem do mundo que o cerca, ou seja, deve-se levar em consideração o contexto sociocultural em que ele está inserido, as tarefas propostas devem ser aquelas que partem dos conhecimentos prévios dos alunos. Uma sugestão seria começar pelas medidas arbitrárias, das vivências que eles têm de espaço e de tempo.

Pelo exposto, na próxima seção, reflito sobre os doze princípios, os quais penso serem essenciais para orientar a aprendizagem e ensino de grandezas e medidas, sem perder de vista a relação que eles estabelecem com as grandezas comprimento, massa e capacidade.

4.5 Comprimento, Massa e Capacidade no contexto da sala de aula

*Con esta moneda, me voy a comprar
un kilo de viento y un metro de mar,
un pico de estrella, um sol de verdad,
con esta moneda, me voy a comprar...*

Cantiga popular

Nesta seção, irei tratar especificamente das grandezas comprimento, massa e capacidade, pois além de serem o foco de nossos estudos, fazem parte do bloco de conteúdos grandezas e medidas sugerido pelos PCN e pelas Orientações Curriculares – Ensino Fundamental – Séries e Anos Iniciais, da SEEDF, para ser trabalhado em sala de aula.

Dessa forma, antes de nos aprofundarmos nesses conteúdos, é importante que façamos uma reflexão sobre a aprendizagem-ensino de grandezas e medidas

na escola, especificamente na sala de aula. Assim, vamos dialogar a partir de minhas experiências como professora de escola pública no DF.

Hoje em dia, em meio a variadas propostas para se ensinar a matemática, principalmente no que diz respeito aos temas grandezas e medidas, deparamo-nos com alguns professores que ainda centram sua prática na mera transmissão do conhecimento, ou seja, acompanham mais a lógica do conteúdo a ser ensinado do que a lógica do processo do aluno. As aulas ficam restritas ao uso do livro didático, do caderno e do quadro, poucas vezes vemos alguns professores utilizando jogos ou instrumentos para dinamizá-las.

E, quando se trata do ensino de grandezas e medidas, geralmente os conteúdos são trabalhados somente no 4º e no 5º ano, e sempre são deixados para os últimos bimestres do ano letivo. Além de utilizarem como recursos os instrumentos já padronizados direcionados a uma unidade padrão de medida, percebemos um trabalho mecanizado em que os alunos aprendem a transformar metros em decímetros, em que o relógio é o centro para se medir o tempo, em que volume e capacidade são as mesmas coisas etc.

Não percebemos a compreensão de alguns professores de que o estudo de medidas deva ser decorrente da percepção espaço-temporal do aluno, a partir das medidas arbitrárias próprias do seu contexto social como nos afirma Muniz (2002). Isso significa que, antes mesmo de a criança ir para a escola, ela passa por experiências diversas, as quais, na maioria das vezes, relacionam-se com as medidas. São eventos culturais como idas ao mercado, trajetos percorridos, tempo para tomar banho, escovar os dentes, comer, brincar, usar o computador, ver TV, servir refeição, fazer bolos, doces, encher vasilha, crescer etc. Eventos “corriqueiros”, que desde muito cedo desenvolvem na criança sua percepção de espaço, tempo, massa, capacidade, velocidade etc.

Por isso, justifica-se levar em consideração, como já foi dito, os conceitos espontâneos do aluno ao se proporem situações-problema que envolvam o ensino de medidas. E por que comprimento, massa e capacidade?

Duhalde e Cuberes (2007, p. 89-90), em seu livro *Encuentros cercanos con la matemática*, dizem:

Então, para poder expressar quanto mais pesado é um corpo que outro, ou mais longo ou mais alto, é indispensável recorrer aos números que nos permitem quantificar as magnitudes contínuas. Assim, qualquer magnitude

necessita ser dividida em unidades que podem contar-se, dado que elas em si mesmas constituem uma unidade. Com frequência, as primeiras aproximações dos meninos e das meninas a estes temas envolvem experiências as quais aparecem balanças, régua e jarras graduadas. No entanto, temos que advertir que *o uso de instrumentos de medição, anterior a realização de medições com unidades não convencionais, pode impedir que a infância percorra um caminho parecido ao que percorreu a humanidade até chegar a medir. Em realidade somente assim se chega ao conceito de medida. A mera aplicação de um instrumento de medida somente expressa um resultado numérico e isto não é medir, é ler uma medição* (grifo nosso, tradução nossa).

Alguns pontos chamam a atenção na fala das autoras citadas acima: *i)* a utilização dos números para quantificar as quantidades contínuas; *ii)* o uso de instrumento padrão, antes de instrumentos não convencionais, que pode impedir que a criança recorra a um caminho similar que a humanidade percorreu; e *iii)* a mera utilização do instrumento de medida somente expressa um resultado numérico, ou seja, que a criança não está de fato construindo novos conceitos com relação a medidas, mas, sim, está apenas lendo sua medida sem compreender o que significa.

Por exemplo, quando uma criança se mede em sala de aula, já de início utilizando o instrumento de medida, e diz que tem 1,35 m de altura, será que ela já sabe que 1,35 m indica a quantidade que 1 cm está contido na sua altura medida?

Com isso posso ressaltar que, quando se trata de medidas, seja de comprimento, massa e/ou capacidade, não estamos simplesmente lidando com o ato de medir, ler a medida e anotá-la, por trás disso, aparece toda uma questão psicossociocultural, e Muniz, em 1995, já nos chamava a atenção para tal fato, ao afirmar que

A literatura da história da Matemática, notadamente da teoria dos números, evidencia o papel basilar do contexto cultural no processo histórico das formas de contar e medir utilizadas nas diversas fases de evolução da civilização. [...] enfatiza-se para além dos processos de quantificação, (discreta e contínua) a partir do corpo, a importância das interações entre as diversas culturas na permuta de seus processos específicos de contar/medir, operações/algoritmos e registros. Desta forma a construção deste conhecimento assume um caráter intercultural que é de importância basilar na compreensão da construção dos sistemas de numeração e medidas (MUNIZ, 1995, p. 12).

Dessa forma, em uma perspectiva de (re)educação matemática, pensamos ser necessário conhecermos os doze princípios propostos por Muniz, Batista e Silva (2008), os quais propõem uma nova abordagem em se trabalhar com as medidas na sala de aula:

- 1º Princípio:** O ponto de partida do estudo de medidas é a *percepção*;
- 2º Princípio:** O estudo das medidas deve perpassar todo o espaço curricular, fazendo-se presente do primeiro ao último dia de aula;
- 3º Princípio:** Todas as medidas devem iniciar com as unidades arbitrárias;
- 4º Princípio:** A transferência da unidade arbitrária para a unidade padrão deve ser uma decorrência de uma relação social do grupo em questão;
- 5º Princípio:** A transferência da unidade padrão para a unidade legal deve estar vinculada à história da civilização, de acordo com o nível de ensino;
- 6º Princípio:** É de fundamental importância que a escola estabeleça a relação entre as unidades legais com as unidades culturais, caso não queira alijar sua função social;
- 7º Princípio:** No estudo de medidas, é importante que conheçamos a real função da manipulação de material concreto;
- 8º Princípio:** É preciso trabalhar a real dimensão do sistema de medidas adotado pela nossa cultura;
- 9º Princípio:** Ao trabalhar com medidas, o professor deve ficar especialmente atento a esta fragmentação curricular. Sua atitude deve ser no sentido de tentar vincular as medidas, especialmente quando se trata de medidas de capacidade, de volume, de comprimento, de superfície e de massa;
- 10º Princípio:** É preciso aceitar e explorar a inter-relação entre medidas e geometria;
- 11º Princípio:** A escola deve ser o espaço de se trabalhar o sistema legal de medidas, à medida que é, por excelência, espaço de socialização e de compreensão das relações estabelecidas na sociedade;
- 12º Princípio:** Este último princípio deve direcionar não só o estudo de decimais, como de qualquer outro conteúdo e de qualquer área do conhecimento. A escola deve estar atenta à capacidade do aluno de criar situações-problema e propor soluções para os impasses e conflitos gerados por estas situações vinculadas a sua vida cotidiana. (MUNIZ, BATISTA e SILVA, 2008, p. 98-111).

Percebemos que os doze princípios propostos rompem totalmente com o ensino centrado em unidades padrões e transformações de múltiplos e submúltiplos, ou seja, não se restringem somente à lógica do conteúdo a ser ensinado, mas, sim, buscam mostrar que é possível construir um novo olhar sobre a aprendizagem e o ensino das grandezas e medidas.

Segundo Muniz, Batista e Silva (2008, p. 94), o ser humano vai construindo sua noção de medidas muito antes de chegar à escola, e isso nem sempre é considerado pelo professor. Os referidos autores sugerem ser importante, no processo de aprendizagem e ensino de grandezas e medidas, buscar essas noções dos alunos em seu contexto social, pois é a partir das suas experiências e vivências que se deve dar o ponto de partida para a ampliação de conhecimento sobre esse assunto, e não a partir de conceitos científicos já fechados. Ainda, propõem que o trabalho com medidas deva partir da dimensão da cultura para chegar à ciência e não o inverso, como acontece nos nossos currículos sob influência da matemática moderna.

Outro aspecto importante proposto por Muniz, Batista e Silva (2008, p. 97), a partir, sempre, das percepções, é que a construção dos instrumentos de medidas deva se basear nas situações de simulação de medidas, do ato de medir, levando o aluno e seu grupo a escolher as unidades de medida que julgarem apropriadas.

E as grandezas comprimento, massa e capacidade? Como essas grandezas aparecem no contexto da sala de aula? A partir de agora, dialogo um pouco sobre cada uma dessas grandezas.

4.5.1 A grandeza comprimento: o corpo como medida das coisas

A natureza compôs tão bem o corpo humano que a face, a partir do queixo até o topo da testa, na altura da raiz dos cabelos, corresponde a uma décima parte de sua altura, da mesma forma que a palma da mão, do pulso até a ponta do dedo médio.

Irineu da Silva

Não é novidade para ninguém que o homem, desde que passou a ser sedentário, mais especificamente no período em que iniciou as produções agrícolas, estabeleceu regras de convivência social e de alguma forma encontrou maneiras de medir as coisas, seja o tempo, o espaço ou os objetos os quais ele construiu. Segundo Silva (2004, p. 38):

O homem primitivo não necessitava de um sistema de medidas muito elaborado. Suas necessidades metrológicas certamente eram apenas para algumas indicações rústicas de posições, distâncias aproximadas e relações de grandezas como “maior do que” e “mais pesado do que” ou “menor do que” e “mais leve do que”. Entretanto, a partir do momento em que foi preciso cultivar a terra ou transferir os animais para pastagens mais férteis, houve também a necessidade de se comunicar mais convenientemente em termos metrológicos, e pode ter sido nesse momento que apareceram as primeiras unidades de medida. E por facilidade, elas foram embasadas em dimensões do corpo humano. O homem tomou a si próprio como padrão de medida.

Por esse motivo, compreendo que, na sala de aula, ao se propor tarefas que envolvam a grandeza comprimento, é importante a utilização do corpo como um recurso para se medir, pois ao longo da história, desde as civilizações mais antigas o homem, antes de construir as unidades padrão de medidas e os instrumentos, utilizou seu próprio corpo para medir comprimentos e distâncias. Irineu da Silva (2004, p. 40), ao realizar um estudo histórico sobre os pesos e medidas diz que,

em 1850, encontrou-se em Senkereh, atualmente localizada no Iraque, um tablete de argila, que foi datado como sendo de 2500 a.C., no qual estava inscrita uma tabela completa de medidas de comprimento, na qual, a unidade básica é o *palmo*, tendo o *côvado*,⁹ o *polegar* e a *linha* como unidades derivadas.

E também, conforme Muniz, Batista e Silva (2008), culturalmente, o sujeito apela para partes do corpo para a medição. Eles citam como exemplos o juiz de futebol, que marca a distância da barreira, em caso de faltas, com passos; as crianças utilizam palmos, passos e pés em brincadeiras como bolinha de gude, finca, futebol etc.; as tubulações hidráulicas ainda são vendidas segundo polegadas; a costureira que utiliza os dedos como medida nos ajustes de roupas, enfim, se pararmos para pensar, teríamos vários outros exemplos para ilustrar que o homem ainda utiliza o próprio corpo para medir as coisas, principalmente nas áreas rurais.

Assim, com o tempo, o metro passou a ser definido, em 1799, como “o comprimento entre dois traços médios extremos gravados na barra de platina guardada nos arquivos, na França” (MACHADO, 2000). E por que a platina e não outro metal? Justamente porque a platina é um metal que não se dilata muito com o calor nem se contrai muito com o frio, ela é capaz de manter a distância entre os traços de forma razoavelmente estável.

Machado, em seu livro *Medindo comprimentos* (2000), afirma que a principal vantagem do sistema métrico é a possibilidade de expressar, de modo simples e por meio de um único número, o resultado de uma medição feita com o padrão metro, seus múltiplos e submúltiplos.

Por fim, creio que o essencial no processo aprendizagem-ensino da grandeza comprimento em sala de aula seja possibilitar aos alunos várias situações que envolvam o ato de medir, não esquecendo dos fatos históricos da construção desse conhecimento, que é fundamental. Outro fator primordial seria partir das percepções que os alunos já têm dessa grandeza.

⁹ “A unidade de medida *côvado* é considerada por vários historiadores como a mais antiga e mais utilizada desde a Antiguidade até o aparecimento do Sistema Métrico. Em alguns casos, ela foi adotada como sendo a distância entre o cotovelo e o dedo médio da mão estendida, e, em outros, a distância entre o cotovelo e o extremo do punho fechado. Esta última é considerada como a de maior uso prático, já que permitia usar uma corda para a medição e, posteriormente, enrolá-la entre o cotovelo e o polegar para saber seu comprimento em côvados. É provável que a primeira citação do côvado como unidade de medida tenha sido feita por Heródoto, em seus livros sobre a História da Pérsia. A bíblia também o cita em várias ocasiões, como, por exemplo, no Primeiro Livro de Samuel, em que ele descreve que Golias possuía uma estatura de seis côvados e um palmo” (SILVA, 2004, p. 40).

4.5.2 Massa: uma grandeza que começa pela percepção do próprio corpo

O pé corresponde a um sexto da altura do corpo; o antebraço, a um quarto; e o tórax, também a um quarto. Da mesma forma, outros membros também possuem sua proporcionalidade. Utilizando-se dela, muitos pintores e escultores antigos alcançaram elevada distinção e fama.

Vitrúvio

A história nos conta que há indícios de que os povos da Mesopotâmia relacionavam a unidade massa com a carga que uma pessoa ou um animal podia transportar (SILVA, 2004).

Segundo Silva, para determinar a unidade massa foram vários anos de trabalhos práticos e intervenções políticas, como por exemplo, a prisão e a decapitação de Lavoisier. Para materializar os padrões do quilograma, em 1799, foi utilizado um padrão em platina fundida em forma de cilindro polido com diâmetro igual a altura. A partir de então, a massa desse cilindro foi ajustada por uma balança comparativa, aferida pela massa de um volume conhecido de água.

Para se trabalhar com grandeza em sala de aula, pensamos ser interessante que tanto professor quanto os alunos percebam a interação existente entre massa e peso. Enxergar essa interação somente será possível se as situações-problema propostas partirem das percepções exploradas em situações que favoreçam a ação do próprio corpo da criança. Para Muniz, Batista e Silva (2008, p. 133), uma boa maneira de trabalhar essa percepção seria solicitar aos alunos que pulassem verticalmente, de pés juntos, ou pedir que os alunos estendessem o braço e permanecessem por algum tempo nessa posição e, após essas ações, discutir com eles acerca de suas percepções. Os autores sugerem, ainda, que, para se reduzir essa complexidade de massa *versus* peso, o aconselhável seria trabalhar com instrumentos de comparação, por isso, além de utilizar as próprias mãos para comparar, seria interessante utilizar vários tipos de balanças.

Enfim, para que possamos construir novos conceitos no processo aprendizagem-ensino da grandeza massa, cremos que as estratégias pedagógicas não devam ser distintas das propostas sugeridas na seção anterior. O essencial é que nossos professores não se esqueçam da importância de se construir um contexto em sala de aula a partir das vivências e experiências de seus alunos.

4.5.3 A grandeza Capacidade e seus desafios

Nós devemos lembrar que esta percepção de capacidade está presente no cotidiano dos alunos.

Muniz, Batista e Silva (2002)

Para se medir os espaços internos de recipientes, temos conhecimento de que, no período do Brasil Colônia, os colonos utilizavam como unidade principal a *canada*, que correspondia ao dobro do cubo de um décimo de vara.¹⁰ Segundo Silva (2004), a vara tinha como múltiplo a *pipa*, que correspondia a 15 *almudes*, sendo 1 *almude* igual a 12 *canadas*. Como submúltiplo da *canada*, havia o *quartilho* ou *garrafa*, que correspondia a um quarto da *canada*.

Da mesma forma que para se trabalhar com a grandeza massa temos que saber a interação que há entre massa e peso, na construção dos conceitos que se referem à grandeza capacidade, temos que proporcionar aos alunos situações-problema que os desafiem a perceber e compreender que capacidade e volume são grandezas distintas, mas, muitas vezes, articuladas no contexto real.

Para tal, Muniz, Batista e Silva (2008) afirmam que a percepção de capacidade só pode ser desenvolvida pela manipulação de líquidos. Assim, os referidos autores sugerem que a família e a escola têm de garantir na vida da criança experiências de transvasamentos de água, areia, serragem etc., partindo do princípio que

quando uma criança passa um líquido que está em um recipiente fino e alto para um recipiente baixo e largo, a forma do recipiente que está recebendo o líquido pode influenciar as percepções da quantidade de líquido, ela pode vir a achar que há mais líquido no recipiente mais alto ou no mais largo. (p. 144).

Reitero ainda que trabalhar em sala de aula com as grandezas comprimento, massa e capacidade contribui significativamente com a construção dos números decimais, mesmo porque estes já fazem parte das experiências cotidianas das crianças, pois aparecem em encartes de supermercados, em propagandas na TV, em rótulos etc. Não podemos perder de vista que o trabalho com números decimais

¹⁰ A vara que correspondia a cinco palmos tornou-se, no Brasil, uma unidade de medida extremamente importante. Ela foi padrão de medida usado pelos magistrados para deliberar sobre os casos de divergências agrárias. Os valores eram fixados de acordo com “a vara do juiz”. Cada juiz tinha a sua vara da justiça e, assim, esse termo – que a princípio indicava uma unidade de medida – passou a ser, mais tarde, a insígnia dos juízes. Daí o termo vara da justiça: primeira vara, segunda vara etc.” (SILVA, 2004, p. 130).

é a extensão do processo de aprendizagem e ensino do Sistema de Numeração Decimal (SND). Para a criança, torna-se mais fácil operar na mesma base, no caso a decimal, do que operar com múltiplas bases.

Concluo, então, que, assim como as outras grandezas, a percepção de capacidade também está presente no cotidiano dos alunos. Por isso, mais uma vez, reitero que o professor deve buscar organizar seu trabalho pedagógico de forma que a criança possa ter contato com uma diversidade de situações-problema que sejam significativas para a construção do conhecimento matemático das grandezas comprimento, massa e capacidade, e que esta construção possa extrapolar os muros da escola.

No capítulo que se segue, entrarei em contato com os caminhos percorridos ao longo dos nossos estudos, ou seja, procedo um relato minucioso da trajetória metodológica adotada nesta pesquisa.

5 CONSTRUÇÃO DAS INFORMAÇÕES – TRAJETÓRIA METODOLÓGICA

5.1 Caminhos a serem percorridos

A participação ativa do pesquisador, a qual se dá de uma forma reflexiva no curso da pesquisa, está estreitamente associada a outras definições sobre o próprio processo de pesquisa.

González Rey

Pesquisas recentes realizadas em escolas públicas do DF demonstram em seus resultados que crianças consideradas em situação de dificuldade na aprendizagem matemática apresentam um potencial na produção de atividades matemáticas surpreendente, a qual não é considerada pela escola como produção matemática e, portanto, esse conhecimento é negado como instrumento da educação matemática nas séries iniciais (MUNIZ, 2008). Isso significa que muitas crianças são fadadas ao fracasso escolar por falta de sensibilidade e conhecimento de conceitos e conteúdos básicos dos envolvidos no processo de aprendizagem do ensino da matemática.

É nesse sentido que construí um cenário de pesquisa que me permitiu analisar, nos processos de aprendizagem-ensino de alunos do 4º ano do Ensino Fundamental, a formação de conceitos no campo das grandezas e medidas: comprimento, massa e capacidade.

Dessa forma, a intenção foi realizar uma pesquisa apoiada na Epistemologia Qualitativa proposta por González Rey (2005, p. 36), o qual afirma que:

- a) o pesquisador como sujeito não se expressa somente no campo cognitivo, sua produção intelectual é inseparável do processo de sentido subjetivo marcado por sua história, crenças, representações, valores, enfim, de todos os aspectos em que se expressa sua constituição subjetiva;
- b) a emergência do sujeito, tanto do pesquisador como do sujeito pesquisado, legitima-se na consideração da pesquisa como processo de comunicação, que pretende facilitar a expressão autêntica dos sujeitos estudados;
- c) a participação ativa do pesquisador, a qual se dá de uma forma reflexiva no curso da pesquisa, está estreitamente associada a outras definições sobre o próprio processo de pesquisa. [...] O reconhecimento do caráter ativo do pesquisador não apenas é um fato isolado obtido com um pouco de boa vontade, mas também é um momento de toda uma aproximação metodológica diferente.

Nesse sentido, nota-se que o autor se refere a três momentos cruciais da organização de uma pesquisa, os quais são essenciais para a construção e análise das informações, quais sejam: *i)* a não neutralidade do pesquisador; *ii)* a comunicação entre os envolvidos; e *iii)* a participação ativa do pesquisador e dos pesquisados.

O pesquisador é um sujeito que tem uma história de vida construída num determinado contexto social, história esta atravessada por valores, crenças, representações que fazem com que ele não vá para o cenário de pesquisa como sujeito neutro, capaz de enxergar o problema de modo imparcial, sem conexão com suas emoções, sensações, julgamentos etc. No caso desta pesquisa, considero-me um sujeito ativo, ou melhor, uma pesquisadora ativa, uma vez que, no cenário de pesquisa, busquei estabelecer um diálogo com os sujeitos pesquisados a fim de contagiá-los a fazerem parte da pesquisa também como participantes ativos do processo de construção dos conhecimentos. É claro que foi um desafio, tanto para mim quanto para os sujeitos pesquisados; foi um momento de conquista em que busquei ficar atenta à dinâmica dos participantes, que também possuem uma configuração subjetiva movida por suas histórias de vida, carregadas de sentidos subjetivos. Por fim, atuei com consciência de que uma pesquisa que se construiu a partir de uma Epistemologia Qualitativa não poderia acontecer de forma passiva; o pesquisador é aquele que age e interage no cenário de pesquisa com os sujeitos pesquisados. Além disso, permaneci consciente de que as produções e as análises das informações passaram por um processo metodológico diferente. A pesquisa foi processual e, o tempo todo, esteve em movimento; posso inferir que se construiu uma nova configuração subjetiva no espaço que foi pesquisado, no caso, a sala de aula. Por isso, este trabalho também se apoiou no tipo de investigação da pesquisa colaborativa, no qual, segundo Ibiapina (2008, p. 20), a colaboração é produzida por intermédio das interações estabelecidas entre as múltiplas competências de cada um dos participantes; o professor com o potencial de análise das práticas pedagógicas, e o pesquisador com o potencial de formador e de organizador das etapas formais da pesquisa.

Assim, interagi com outras produções, arrisquei construir minhas próprias ideias, por meio das observações e informações obtidas, dos diálogos, ou seja, busquei construir um cenário de pesquisa que me propiciou atuar na comunidade escolar produzindo e analisando as informações a partir das seguintes problematizações: Quais tarefas propostas em sala de aula favorecem o

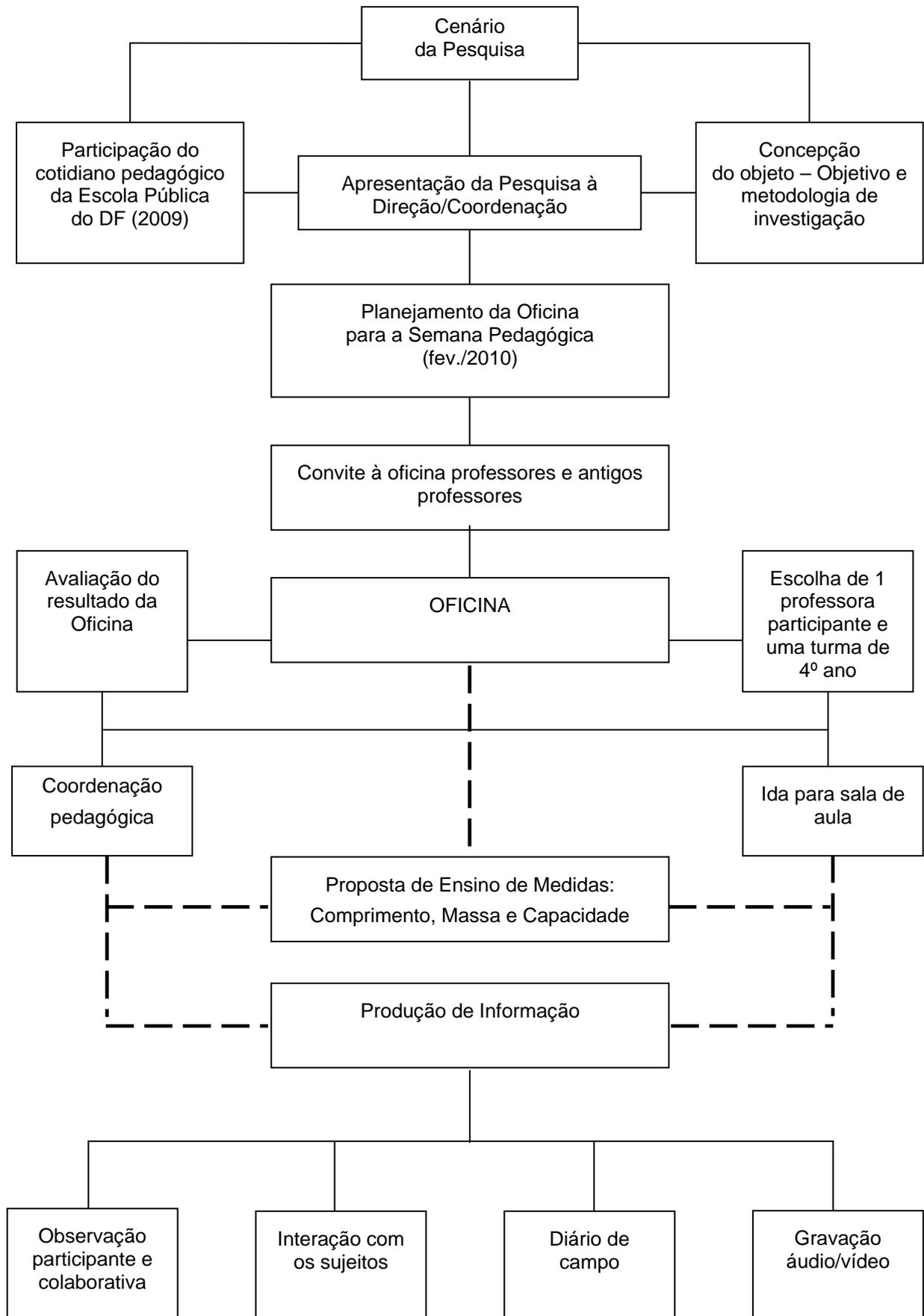
desenvolvimento conceitual das grandezas e medidas: comprimento, massa e capacidade nos anos iniciais? De que natureza elas são? Como se realiza a metodologia pedagógica na apreensão desses conteúdos? Dessa forma, não perdi de vista a complexa relação existente entre a subjetividade social e individual que se constituiu no cenário de pesquisa no processo de construção da informação.

Falar de subjetividade social e individual é compreender, conforme nos aponta González Rey (2005, p. 41), que a subjetividade social atravessa de forma permanente a individualidade, razão pela qual a subjetividade individual pode gerar novos sentidos subjetivos segundo o espaço social em que a ação do sujeito acontece. O aluno, quando entra na escola, encontra-a com sua subjetividade social constituída; o mesmo aluno, com sua subjetividade individual perpassada pela subjetividade social do contexto social em que vive, tem de aprender a se movimentar nesse espaço, estabelecer novos vínculos, lidar com outras emoções, enfim, gerar novos sentidos subjetivos.

Por isso, minha intenção foi desenvolver essa pesquisa em uma escola pública do DF, pois a concebo como o lugar social propício para a configuração da subjetividade social em que os sujeitos que dela participam, a partir de sua história de vida, estão de alguma forma produzindo conhecimento. E é essa construção de conhecimento que me impulsionou a estar especificamente em sala de aula, junto da professora e dos alunos, pois meu interesse também está em perceber a dinâmica do processo aprendizagem-ensino a fim de responder às seguintes questões: Quais conceitos devem ser construídos durante a aprendizagem e ensino de grandezas e medidas – comprimento, massa e capacidade – nos anos iniciais? De que práticas pedagógicas a professora lança mão para favorecer a construção dos conceitos de grandezas e medidas – comprimento, massa e capacidade – nos anos iniciais? Quais processos de aprendizagem e ensino são mobilizados pelos alunos na formação de conceitos no campo das grandezas e medidas – comprimento, massa e capacidade – nos anos iniciais?

Para tal, o cenário da pesquisa ora proposto foi construído em uma Escola Pública do Distrito Federal, localizada em Brasília, Asa Norte, área urbana central da capital federal. O quadro 2 reproduz esse cenário, a fim de apresentar com mais clareza o que será relatado neste capítulo.

Quadro 2 – Cenário da pesquisa



Há aproximadamente seis anos que a Escola tem como parceiro o “Projeto de Mediação do Conhecimento Matemático: (Re)Educação Matemática”, em que estudantes do curso de Pedagogia e da Pós-Graduação da Faculdade de Educação da Universidade de Brasília (UnB) desenvolvem atividades coordenadas pelo professor pesquisador.

O Projeto tem como proposta a formação de professores regentes, de modo que possam realizar uma reflexão sobre sua aprendizagem matemática a fim de estabelecer novas ações pedagógicas que facilitem a aprendizagem matemática dos alunos. Os professores regentes contam também com a ajuda dos alunos de graduação do curso de Pedagogia da UnB, que os acompanham em sala de aula 8 horas por semana, e estes, por sua vez, são acompanhados pelo professor pesquisador da UnB, que realiza reunião semanal para relatar as ações desenvolvidas durante a semana, para ajudá-los em alguma situação que não tenha sido possível resolver etc.

É nesta escola, na qual já atuei durante alguns meses por meio do Projeto acima citado, que desenvolvi a proposta da pesquisa apresentada na Semana Pedagógica do ano letivo de 2010, que ocorreu no período de 3 a 9 de fevereiro de 2010. Nesse período, foi realizada uma Coordenação Pedagógica Coletiva, na qual todos os professores e a Direção da Escola se reuniram para discutir a proposta pedagógica e planejar os projetos que seriam desenvolvidos no decorrer do ano letivo, que no caso, iniciou-se em 2010.

Dessa forma, entrei em contato com a Direção da escola e solicitei um espaço em um dos dias da Semana Pedagógica para que pudesse oferecer uma oficina de Educação Matemática envolvendo tarefas relacionadas a grandezas e medidas, visto que a pesquisa tinha por objetivo geral, como já foi explicitado, analisar indícios da formação de conceitos no campo das grandezas e medidas comprimento, massa e capacidade de alunos do 4^o ano do Ensino Fundamental (EF).

Tal oficina foi essencial para o desenvolvimento da pesquisa, pois foi a partir dela que inicialmente estabeleci diálogos com os professores regentes da escola pública do DF, com o intuito de contagiá-los e convidá-los a se tornarem sujeitos participantes da pesquisa junto com seus alunos.

Segundo González Rey (2005, p. 47):

A conversação é um processo ativo que se trava entre o pesquisador e os sujeitos pesquisados e que deve ser acompanhado, com iniciativa e criatividade, pelo pesquisador, que deve ter paciência e empregar diversos recursos com as pessoas que apresentam dificuldades para envolver-se. O pesquisador também participa do processo por meio de trechos conversacionais. É no processo de comunicação que o outro se envolve em suas reflexões e emoções sobre os temas que vão aparecendo, e o pesquisador deve acompanhar, com o mesmo interesse, tanto o envolvimento dos participantes, como os conteúdos que surgem.

Foi sob essa perspectiva proposta por González Rey (2005), conforme destacado, que a oficina foi construída e oferecida a todos os professores da escola. Todavia, o foco da pesquisa foi direcionado às turmas de 4^o ano do Ensino Fundamental. Para que a oficina pudesse ser planejada, ainda no ano de 2009, procurei estabelecer um diálogo com as professoras por meio de um complemento de frases, a fim de identificar os conteúdos a serem abordados na oficina e, a partir deles, elaborar as tarefas propostas.

González Rey (2005) afirma, ainda, que, nas conversações, podemos construir verdadeiros trechos de informação entre os participantes que ampliam seu compromisso pessoal com o tema em questão.

Sendo assim, após realização da oficina, algumas professoras manifestaram interesse em participar da pesquisa ora proposta. Como já havia sido informado que o respectivo estudo seria realizado em turmas de 4^o ou 5^o ano, uma professora do 4^o ano, desde 2009, quando eu já participava de atividades na escola, aproximou-se de mim, aos poucos, pedindo sugestões para desenvolver tarefas em sala, fazendo perguntas, tirando dúvidas, conversando informalmente; enfim, estabeleceu-se um diálogo, o qual fez com que a professora sentisse desejo de participar deste estudo. Após a oficina, ela se prontificou, então, a participar da construção das informações comigo.

Penso que a vontade de participar de uma pesquisa tem que ser assim, partir do sujeito. E cabe ao pesquisador despertar tal interesse. Dessa forma, acredito que o processo de construção da informação, necessário para se desenvolver o estudo, tem mais fluidez. Desse modo, imbuída no meu papel de pesquisadora, senti-me acolhida e, ao mesmo tempo, pude acolher os sujeitos participantes.

Cabe ressaltar, como veremos na descrição da escola, que a realidade da escola é ter a presença, de um lado, de turmas já incluídas no Ensino Fundamental de 9 anos, chamadas de “anos” e, de outro, turmas que ainda não foram incluídas, sendo classificadas ainda como séries. Então, temos, na escola, os 1^o, 2^o e 3^o anos do Ensino Fundamental de 9 anos e 3^a e 4^a séries do Ensino Fundamental, visto

que, de acordo com a legislação, a mudança se daria gradualmente. Neste estudo, faremos referência à turma pesquisada como de 4^o ano do EF, uma vez que, futuramente, teremos somente anos e não mais séries.

Após ter definido a turma e ter sido acolhida pela professora em sua sala de aula, mantive um diálogo com esta no horário da coordenação pedagógica, com o intuito de identificar os conhecimentos iniciais da professora em relação ao tema grandeza e medida, e também com intuito de investigar em que período do ano letivo ela costuma trabalhar esses temas com os alunos. Para essa conversa, utilizei como instrumento a conversação, como já explicitada, procedendo sua gravação em áudio, a qual foi posteriormente degravada e utilizada nas análises das informações.

Durante a conversa com a professora, ficou definido que nossos encontros seriam todas as segundas-feiras, no horário de coordenação, a fim de realizarmos um estudo sistematizado para planejarmos juntas as atividades de sala de aula referentes a grandezas e medidas, tendo sempre em vista uma maior aproximação com os alunos, os quais também foram sujeitos participantes desta pesquisa. Da mesma forma que aconteceu com a professora, estabeleci um diálogo com os alunos e convidei-os a participar desse processo. Pelo exposto, ficou definido, também, que, a partir daquele dia, eu estaria em sala de aula junto com a professora e os alunos. Todavia, as outras professoras das demais turmas de 4^o ano, do matutino e vespertino, também mostraram interesse em participar das discussões, então, transferimos o encontro para sexta-feira, quando acontecia a coordenação coletiva.

Uma vez estabelecido contato de aproximação com a professora e os alunos, dei início a outra etapa da pesquisa, que foi a construção da informação em si. Lembrando que o tempo todo, desde o primeiro contato com a escola, já estava construindo informações relevantes para o desenvolvimento da pesquisa. Não pude perder de vista que busquei desenvolver uma pesquisa que se apoiasse na Epistemologia Qualitativa proposta por González Rey (2005), por isso, nossas ações (pesquisadora, professora e alunos) foram reflexivas, ou seja, discutidas conjuntamente a todo o momento.

Dessa forma, a construção das informações foi realizada tanto no espaço da coordenação pedagógica como no da sala de aula. A coordenação pedagógica foi utilizada para que eu e as professoras planejássemos, refletíssemos e discutíssemos as ações que foram propostas e realizadas em sala de aula. No entanto, as observações e intervenções foram realizadas apenas em uma turma do

4º ano do Ensino Fundamental. Nos encontros com a professora, utilizei os seguintes instrumentos de coleta de dados: conversação, gravação em áudio e complemento de frases. Para González Rey (2005, p. 57),

o complemento de frases é um instrumento que nos apresenta indutores curtos a ser preenchidos pela pessoa que o responde. Os indutores são de caráter geral e também podem referir-se a atividades, experiências ou pessoa, sobre as quais queremos que o sujeito se expresse intencionalmente. [...] no complemento de frases se evidenciam tanto as informações diretas, que se referem à intencionalidade do sujeito, como informações indiretas, que estão muito mais associadas a como o sujeito constrói o que expressa e as relações entre expressões diferentes do instrumento. [...] *O complemento de frases, ao ter indutores muito curtos, permite empregá-los com uma frequência maior, o que auxilia o deslocamento do sujeito com maior facilidade que outros instrumentos [...]*

A sala de aula foi o espaço onde colocamos em prática nossas ações pensadas e planejadas anteriormente. No primeiro momento, tivemos como procedimento a observação participante, em que utilizei um caderno de campo¹¹ para anotar minhas observações, que foram posteriormente discutidas com as professoras no espaço da coordenação pedagógica. No segundo momento, interagi com os sujeitos participantes (professora, alunos e coordenadora) na aplicação das tarefas previamente planejadas com a professora. Para essa etapa, utilizei gravação em vídeo para construir as informações necessárias a fim de responder às questões e atingir os objetivos propostos.

No quadro 3, apresento um esquema do processo, para não perder de vista as questões que buscamos responder, os objetivos alcançados e os procedimentos e instrumentos utilizados.

¹¹ O caderno de campo foi um instrumento utilizado para anotar as observações realizadas no cenário de pesquisa, sala de aula e coordenação pedagógica, que contribuíram para a análise das informações produzidas.

Quadro 3 – Demonstração das intenções

QUESTÕES	OBJETIVOS ESPECÍFICOS	PROCEDIMENTOS	INSTRUMENTOS
Quais conceitos devem ser construídos durante a aprendizagem e ensino de grandezas e medidas comprimento, massa e capacidade nos anos iniciais?	Identificar os conceitos que, segundo a professora regente, precisam ser construídos, nos anos iniciais, durante a aprendizagem e ensino de grandezas e medidas comprimento, massa e capacidade	Conversa dialogada.	Gravação de áudio. Complemento de frases.
De que práticas pedagógicas o professor lança mão para favorecer a construção dos conceitos de grandezas e medidas comprimento, massa e capacidade?	Observar, na sala de aula, nos anos iniciais, as tarefas propostas pela professora regente que favorecem o desenvolvimento conceitual das grandezas e medidas comprimento, massa e capacidade. Identificar os recursos utilizados em sala de aula, nos anos iniciais, que contribuem na construção de conceitos de grandezas e medidas: comprimento, massa e capacidade.	Observação participante.	Caderno de campo. Gravação de áudio e vídeo.
Quais processos de aprendizagem e ensino são mobilizados pelos alunos na formação de conceitos no campo das grandezas e medidas comprimento, massa e capacidade nos anos iniciais?	Descrever e analisar durante a aprendizagem de alunos do 4º ano do EF, a formação de conceitos no campo das grandezas e medidas comprimento, massa e capacidade.	Interação com os sujeitos em sala de aula.	Gravação de áudio e vídeo

Outro ponto importante na construção da informação foi realizar uma discussão a respeito das tarefas propostas no decorrer da pesquisa com a professora e também com os alunos. A eles foram dadas oportunidades de opinar, refletir, agir e mudar as estratégias; é o que veremos na análise das informações.

No quadro 4, apresento o cronograma utilizado para ir a campo. Ressalto seu caráter sujeito a mudanças, ou melhor, que esse cronograma foi construído ao longo do processo, mesmo porque discutimos, o tempo todo, as nossas ações.

Quadro 4 – Cronograma da construção das informações

MESES	ATIVIDADES	LOCAL	AÇÕES
Agosto a dezembro de 2009.	Participação e observação das coordenações pedagógicas.	Escola Pública do DF.	Estabelecimento de vínculos com a escola para construir o cenário de pesquisa.
Fevereiro de 2010.	Oficina Grandezas e Medidas.	Escola Pública do DF. Semana Pedagógica 3/2/10 a 9/2/10.	Construção do cenário de pesquisa. Definição sujeitos pesquisados. Escolha da turma.
Março a outubro de 2010.	Construção das informações.	Escola Pública do DF. Coordenação pedagógica e sala de aula.	Início da ida a campo, no dia 1º/3/2010, em que estabeleci uma conversa com a professora, gravada em áudio, na qual discutimos e planejamos as tarefas propostas nas coordenações pedagógicas para agirmos em sala de aula. O término da ida a campo se deu no dia 15/10/2010.

Apenas para constar, também incluo um cronograma geral das ações desenvolvidas durante os dois anos de estudo (quadro 5).

Quadro 5 – Cronograma geral das ações no período da pesquisa

TAREFAS/DATAS	2009		2010	
	1º semestre	2º semestre	1º semestre	2º semestre
Cursar disciplinas	X	X	X	
Cursar disciplinas e participar de atividades na escola pública do DF onde foi realizada a pesquisa		X	X	X
Relatório da pesquisa			X	X
Eventos e congressos	X	X	X	X

Por fim, descrever o espaço onde aconteceu essa história será importante para conhecermos um pouco o lugar em que as construções das informações foram produzidas e analisadas.

5.2 Uma escola viva, dinâmica e democrática

A escola onde se construiu o cenário de pesquisa foi inaugurada no dia 28 de abril de 1977, localizada numa das regiões administrativas do DF, registrada sob o Parecer nº 62/1999 – SE – DF, iniciou suas atividades atendendo crianças de 7ª e 8ª séries do Ensino Fundamental. Atualmente, a escola, credenciada pela Portaria 003/SEE, de 12 de janeiro de 2004, oferece ensino das séries iniciais do Ensino

Fundamental em 14 turmas, com 318 alunos, atendendo 161 no turno matutino e 157 no vespertino. Há na escola também turmas reduzidas, em atendimento à legislação dos direitos dos alunos com necessidades educacionais especiais. Até o ano de 2007, a Escola ofereceu, exclusivamente, ensino de 1^a a 4^a série do Ensino Fundamental – 8 anos. A partir do ano de 2008, além do atendimento de 1^a a 4^a série, houve paralelamente a implantação do Ensino Fundamental de 9 anos. Dentro da organização do Bloco Inicial de Alfabetização (BIA), projeto da Secretaria de Educação do Distrito Federal, as crianças de 6 anos, que correspondem ao 1^o ano, deveriam ter atendimento nessa instituição educacional; porém, não havia salas de aula suficientes e, por isso, no ano letivo de 2010, essas crianças estavam sendo atendidas no Jardim de Infância, situado na mesma área, em prédio distinto.

A clientela atendida é formada por alunos na faixa etária de 6 (seis) a 13 (treze) anos, pertencentes à Unidade de Vizinhança da Residência e Trabalho (UVIRT), filhos de moradores das quadras vizinhas, das regiões administrativas e do entorno. Há alunos de todas as camadas sociais. Nem todos têm acesso, em sua comunidade, à diversidade dos bens culturais, à leitura e aos recursos tecnológicos.

Sua equipe gestora é composta de diretora, vice-diretora, supervisora administrativa, supervisora pedagógica e chefe de secretaria. Conta também com quatro professoras readaptadas exercendo atividades de apoio administrativo e pedagógico. O corpo docente é formado por 14 professoras regentes, duas da Sala de Leitura (uma com atuação de 20 horas), duas professoras de recursos e uma monitora (ensino especial), uma orientadora educacional, além de duas coordenadoras pedagógicas. Há também 13 servidores, sendo cinco de conservação e limpeza, dois cozinheiros terceirizados, um agente de portaria, quatro seguranças terceirizados em sistema de plantão 24 horas, e um profissional readaptado, como apoio à portaria e à manutenção de equipamentos de informática. Há também, no quadro de profissionais da escola, dez bolsistas universitários, que atuam no projeto da Escola Integral.

Um dos instrumentos utilizados pela escola que corrobora com o apoio à gestão do estabelecimento de ensino é a comunicação. No planejamento escolar, o diálogo aparece com um papel de destaque dos envolvidos no processo de aprendizagem e ensino, desde a comunidade docente (professores, gestores e servidores), até a comunidade discente (alunos) e a comunidade externa (pais e

parceiros). A equipe conta com a parceria de pais na construção do portal da escola na Web, a fim de concretizar a comunicação e o diálogo.

A escola desenvolve diversos projetos, tais como: Preconceito não, eu visto esta camisa!; TrocArte – Feira e Bazar; Agenda 21 na Escola; Eu, Você e Tudo Que Construimos; Só Lendo para Saber; Laboratório de Inclusão Digital (LID); e Espiral da Aprendizagem e (Re)Educação Matemática. Todos os projetos são importantes para o desenvolvimento dos envolvidos no espaço escolar; porém, destaco dois desses projetos:

- 1) o *Espiral da Aprendizagem* em que o foco é o desenvolvimento da aprendizagem do aluno –várias estratégias são elaboradas e a avaliação é processual, iniciando-se no 1^o bimestre do ano letivo, com o diagnóstico das crianças e o perfil da turma e, ao longo dos outros bimestres, professores e a equipe realizam as intervenções necessárias, sejam nas dimensões cognitivas ou emocionais; e
- 2) o *(Re)Educação Matemática*, que ocorre em parceria com a Faculdade de Educação da UnB e cuja proposta é compreender o processo de construção de conceitos matemáticos, com ações e reflexões que se traduzem em alternativas para o desenvolvimento do educando, além de promover quinzenalmente a formação dos profissionais da escola com a participação de um professor doutor, graduandos em Pedagogia e mestrandos e doutorandos da Faculdade de Educação da UnB. Esse projeto, uma vez por mês, convida a comunidade escolar para participar de uma palestra com temas matemáticos, a fim de esclarecer e tirar as dúvidas relacionadas aos conteúdos discutidos e ao processo de aprendizagem e ensino de conceitos matemáticos.

Enfim, pelo exposto, posso dizer que essa escola, especificamente, constitui-se num espaço vivo, dinâmico e democrático. É uma escola atípica, que se diferencia da maioria das escolas públicas do DF.

Não posso deixar também de fazer uma descrição dos sujeitos participantes desse processo, os quais foram atores importantes no cenário de pesquisa, pois, sem eles, não seria possível produzirmos tantas informações criativas e interessantes.

5.3 Os protagonistas desta história: Sala de aula, lugar onde se encontram os “seres matemáticos”

Os protagonistas deste estudo foram formados pela pesquisadora, pela professora regente e pelos alunos do 4º ano do EF. Para analisar, nos processos de aprendizagem-ensino de alunos do 4º ano do EF, a formação de conceitos no campo das grandezas e medidas comprimento, massa e capacidade, busquei construir um cenário de pesquisa em que todos os protagonistas pudessem agir, interagir, dialogar e refletir de forma participativa e colaborativa sobre as dinâmicas propostas pelo estudo.

A sala de aula onde estavam os 28 protagonistas (professora regente, pesquisadora e 26 alunos) desse cenário era bem dinâmica. Dependendo da atividade proposta, a professora regente e os alunos mudavam as posições das carteiras, ora estavam em grupos, em duplas, em formato de “u” ou em círculos, ora os alunos estavam de pé no centro da sala para resolver as situações-problemas propostas.

Foram 26 alunos curiosos, questionadores, participativos, solidários, alegres, enfim, são crianças que estão sempre em busca de novos conhecimentos e aceitavam os desafios propostos pela professora regente. O que me chamou mais a atenção foi que, entre esses alunos, três são diagnosticados com hiperatividade e déficit de atenção. No entanto, a dinâmica da sala de aula fez com que esses alunos ficassem integrados e participassem ativamente das tarefas propostas; nem a professora nem os colegas os excluía do processo de construção do conhecimento e muito menos os enxergavam como diferentes, notava-se um respeito ao jeito de ser de cada um.

Os alunos, por sua vez, ao serem desafiados, não se intimidaram, todos participaram, com suas curiosidades, faziam perguntas, davam respostas interessantes aos questionamentos e encontravam estratégias diversas nas ações de medir. Foram crianças ativas, interessadas, curiosas, pensativas, dinâmicas, enfim, são muitas as qualidades dessas crianças para caberem todas aqui. De uma coisa temos certeza: para aprender-ensinar, basta darmos as oportunidades e propormos situações-problema interessantes e desafiantes que as crianças “ligam o motorzinho” e avançam. É claro que esse processo deve ser conduzido com muita

responsabilidade e atenção àqueles que não estão compreendendo o processo. A intervenção nesses casos é essencial.

Percebi que a professora parte do pressuposto que todos podem aprender, basta que sejam oferecidas as oportunidades adequadas. Por isso, na maioria das vezes, os alunos eram desafiados a resolver situações-problema e todos podiam construir juntos as soluções, pois a professora acredita que a aprendizagem acontece entre os pares. Interessante é que, quando algum aluno faz uma pergunta, ela é sempre devolvida pela professora sem dar a resposta final. A professora vai intervindo junto com o aluno até que ele mesmo chega a sua resposta. E quando a professora tinha alguma dúvida, ela recorria à pesquisadora e aos alunos. Elogios sempre apareciam para incentivar que os alunos participassem mais, e, às vezes, algumas broncas eram necessárias.

O que me chamou bastante atenção foi o fato de a professora não levar as respostas prontas para os alunos, sempre os desafiando e questionando a respeito do assunto estudado, deixando que eles expusessem suas ideias e opiniões, independentemente de estarem certos ou não. O erro, para a professora, era considerado como algo construtivo; ela passava de mesa em mesa realizando as intervenções, quando necessárias, com os alunos. Nessa sala de aula, foi possível perceber que os alunos tinham voz ativa, eram sujeitos participantes dos processos de aprendizagem. Muitas vezes, ao corrigir as situações-problema propostas, mais de um aluno ia até o quadro resolver, assim, sempre tínhamos, para a mesma situação, vários jeitos diferentes, ou seja, várias soluções com estratégias distintas.

Confesso que, nos primeiros dias em que estive presente em sala de aula, meu olhar e minha escuta-sensível não eram esses. Em princípio achava a turma desorganizada, acreditava que não havia um planejamento prévio das tarefas, enfim, aos poucos fui percebendo que a subjetividade social dessa sala de aula se constituía assim, pois, em meio a uma “desorganização” organizada e um planejamento pensado e elaborado, fui notando que as coisas aconteciam e os alunos iam aprendendo. Cheguei a conversar com a professora sobre isso, ao que ela tranquilizou-me dizendo: “Parece uma bagunça, mas, aos poucos, você irá perceber que eles estão construindo conceitos” (conversa informal). Na verdade faltou um pouco de humildade da pesquisadora em pensar que existem vários jeitos de se proporcionar a construção do conhecimento. O fato é que eu queria enxergar o jeito que eu fazia em minha sala de aula enquanto exercia o papel de professora.

Nem tudo aconteceu de forma tranquila, tivemos também nossos desencontros. De um lado, eu com minha ansiedade em ver as coisas acontecerem e, de outro, a professora que queria fazer tudo certo; às vezes, era possível perceber sua apreensão em não errar, talvez por pensar que eu pudesse saber tudo, o que não era verdade. Todavia, pude perceber como a professora regente foi corajosa e ousada, pois aceitava todos os desafios propostos pelo estudo. Ela demonstrou boa vontade em discutir e levar para sala de aula as orientações didáticas sugeridas. Com o tempo, tanto a professora como eu fomos deixando que as coisas fluíssem naturalmente. A professora foi vendo que eu também tinha minhas inquietudes, conflitos, dúvidas, que eu não sabia tudo sobre grandezas e medidas, que ambas podíamos trocar ideias, construir juntas novos conhecimentos, propor tarefas interessantes e realizar as intervenções com os alunos.

Enfim, houve momentos em que a professora, ao propor as sequências didáticas discutidas e elaboradas na coordenação pedagógica, também solicitou minha ajuda para fazer intervenção com os alunos; ela, diante de suas inquietações e dúvidas, não tinha receio de perguntar e rever suas ações pedagógicas.

Por isso, posso dizer que a sala de aula é o encontro dos seres matemáticos. Todos os protagonistas interagiram, trocaram ideias a partir de seus conhecimentos prévios, procuravam resolver as situações-problema, e, quando os conflitos apareciam, buscavam refletir, discutir e encontrar uma solução.

Durante o desenvolvimento da pesquisa busquei fazer-me atuante em todo o espaço pedagógico da escola.

- Iniciei o ano letivo, a pedido da direção da escola, contando histórias no pátio, dando boas vindas aos alunos.
- Participei de reuniões da direção com o corpo docente, dei minha opinião e sugestões quando solicitada.
- Participei dos eventos culturais promovidos pela escola; das visitas a museus e galerias de artes com os alunos da turma pesquisada.
- Participei do grupo de estudo de (re)educação matemática realizado com as professoras em parceria com o professor pesquisador da UnB.

- Fui convidada pelas professoras da sala de leitura a contar um conto africano para os alunos no pátio da escola, nos dois turnos, na abertura do “Projeto da Copa do Mundo”.

Nesse espaço, de minha parte, foi essencial o desenvolvimento da escuta-sensível, pois foram nesses encontros que o cenário de pesquisa foi se constituindo e se consolidando. Enfim, posso dizer que me senti membro do corpo de profissionais da escola; além de ter sido acolhida por todos, estive totalmente integrada no espaço escolar, o que contribuiu e enriqueceu as informações do estudo.

Por fim, foi na sala de aula que, de fato, vimos as “coisas” acontecerem; após discussões e reflexões na coordenação pedagógica, a professora e eu propusemos aos alunos as tarefas que havíamos planejado. Foi então que vimos as diversas estratégias que os alunos utilizam para desenvolver as tarefas propostas e solucionar as situações-problema no que se refere às grandezas e medidas.

Então, antes de analisar algumas informações que foram obtidas a partir das sequências didáticas propostas em sala de aula, é essencial oferecer uma visão panorâmica da dinâmica do nosso cenário de pesquisa.

5.4 Cenário de pesquisa: uma dinâmica desafiadora

A dinâmica da pesquisa foi construída da seguinte forma: *i)* participação nas coordenações pedagógicas em que eu e professoras do 4º ano do EF discutimos as orientações didáticas¹² sugeridas por mim e elaboramos sequências didáticas¹³ para se trabalhar com os alunos em sala de aula acerca das grandezas e medidas comprimento, massa e capacidade (instrumento de coleta: gravações em áudio); *ii)* observação, participação, intervenção na sala de aula – a professora propunha a sequência didática aos alunos, eu observava, participava e realizava também a intervenção, quando solicitada tanto pelos alunos quanto pela professora (instrumento de coleta: gravações em vídeo); e *iii)* retorno à coordenação

¹² As orientações didáticas foram baseadas nas propostas discutidas por Batista, Muniz e Silva (2002).

¹³ Sequências didáticas são esquemas experimentais de situações-problema/tarefas, realizadas com um determinado fim, desenvolvido por sessões de aplicação a partir de um estudo preliminar (análise institucional), em torno do objeto do saber e de uma análise matemática/didática, caracterizando os objetivos específicos de cada problema/tarefa, tendo sua fundamentação na Engenharia didática (HENRIQUES, 2001 apud CAZORLA; SANTANA, 2010, p. 14).

pedagógica para discutir, rever e propor novas estratégias para as orientações didáticas e sequências didáticas (instrumento de coleta: gravações em áudio).

Conforme esclarecido anteriormente, apesar de, na coordenação pedagógica, acontecer a participação de todas as professoras do 4º ano do EF, o que totaliza três professoras, a observação, participação e interação minha em sala de aula ocorreu em apenas uma turma. A escolha da turma se deu a partir de alguns critérios, como por exemplo, interesse da professora em participar do processo da pesquisa, bem como sua disponibilidade para discutir as propostas deste estudo, alunos interessados, participativos, questionadores etc.

No 2º semestre de 2009, comecei com as visitas à escola para participar dos encontros do projeto de (Re)Educação Matemática, visto que a proposta da pesquisa se traduziu em ir construindo o cenário de pesquisa junto das professoras regentes.

A intenção não foi chegar e de imediato escolher o ano, a professora e a turma, mas, sim, estabelecer um diálogo com as professoras a fim de verificar como e quando os conteúdos grandezas e medidas eram abordados em sala de aula, pois uma das hipóteses que aparecem em nossos estudos é a de que eles são trabalhados somente no final do ano e, muitas vezes, partem de uma unidade padrão sem levar em consideração os conhecimentos prévios dos alunos.

Outro ponto importante que vale a pena destacar é que a participação nesta pesquisa deveria acontecer de maneira espontânea, ou seja, os sujeitos pesquisados é que deveriam manifestar vontade de fazer parte desse estudo, sentindo o problema de pesquisa como sendo deles também, uma vez que partimos do pressuposto que o processo de pesquisa prevê que os docentes reflitam sobre certos aspectos de sua prática (IBIAPINA, 2008).

Assim, a intenção foi apresentar a pesquisa e realizar algumas reflexões sobre o ensino do bloco grandezas e medidas proposto pelos PCN e pelas Orientações Curriculares do Ensino Fundamental do DF, como também despertar o interesse de alguma professora em participar desse estudo, no sentido de encontrar alguém que considerasse, em parte, que a problematização da pesquisa – *As tarefas propostas em sala de aula favorecem o desenvolvimento conceitual das grandezas e medidas comprimento, massa e capacidade nos anos iniciais?* – também se aproxima, em algum nível, de suas inquietações em sua prática pedagógica.

Como já mencionado anteriormente, realizada a oficina, uma professora do 4º ano procurou-me mostrando-se interessada em fazer parte desse estudo, visto que,

conforme seus dizeres, sentia-se incomodada com o ensino dos conteúdos grandezas e medidas, pois sempre iniciava suas aulas já com uma unidade padrão – o metro, mas, após a oficina, percebeu que tinha muitas dúvidas em relação ao tema, principalmente em identificar grandezas e diferenciá-las de medidas.

A partir dessa conversa, iniciamos a construção das informações, e, como já foi dito, tal construção foi realizada em três espaços: escola pública do DF, coordenação pedagógica da instituição e uma sala de aula do 4º ano do EF. Veja o quadro 6.

Quadro 6 – Totalidade das participações no cenário de pesquisa

ATIVIDADES	PERÍODO	DIAS	HORAS	TOTAL/HORAS
Encontros na coordenação pedagógica com as professoras do 4º ano do EF	3/3/2010 a 15/10/2010	26	4	104
Participação na sala de aula (professora e alunos do 4º do EF)	4/3/2010 a 15/10/2010	56	5	280
Encontros com o professor pesquisador da UnB (professoras 4º e 5º anos do EF)	9/3/2010 a 15/10/2010	12	2	24

Desse total de horas em que participei na coordenação pedagógica com as professoras, nem sempre discutimos direta e explicitamente sobre o tema grandezas e medidas. Isso ocorreu pelo fato de, na coordenação pedagógica, as professoras terem de realizar o planejamento semanal das tarefas que iriam desenvolver e, às vezes, de acordo com a dinâmica da escola e a prioridade de trabalharem certos conteúdos em sala de aula, o conteúdo grandezas e medidas nem sempre aparecia nas discussões iniciais. Então, em alguns momentos, tive de realizar uma intervenção e propor às professoras que realizássemos as discussões das orientações didáticas que estava levando para incluir no planejamento semanal. Por isso, durante certo período, permaneci indo à sala de aula apenas para observar o movimento da turma e as estratégias da professora, sem realizar intervenções, apenas ajudando a professora.

A primeira grandeza discutida na coordenação foi comprimento, pelo fato de aparecer tanto no diálogo com a professora quanto com os alunos, e também por

percebermos que eles estavam mais familiarizados com esta. Depois, discutimos as grandezas massa e capacidade.

Uma vez que discutíamos as orientações didáticas e incluíamos no planejamento semanal, cada professora em sua sala de aula aplicava as tarefas propostas elaborando assim suas próprias sequências didáticas. No entanto, eu observava, participava e realizava a intervenção em apenas uma turma do 4º ano do EF.

Após as discussões na coordenação pedagógica, fui para a sala de aula e, junto da professora e dos alunos, observei, participei e realizei algumas intervenções nos momentos de aplicação das sequências didáticas relativas às grandezas comprimento, massa e capacidade. Quero ressaltar que, devido ao tempo limitado, a demanda da escola em desenvolver vários projetos, a quantidade de conteúdos a serem desenvolvidos em sala de aula, entre outros, nem sempre conseguíamos discutir novamente nas coordenações o que havíamos vivenciado e explorado e experienciado com os alunos. Contudo, posso afirmar que esse fato não atrapalhou as construções e produções; às vezes, as discussões aconteciam no recreio e na própria sala de aula, o que nos ajudava a mudar de estratégia e realizar as intervenções com os alunos.

Os encontros com o professor pesquisador da UnB faziam parte do projeto da (Re)Educação Matemática, anteriormente citado. Tais encontros aconteciam quinzenalmente e, neles, discutiam-se conteúdos de acordo com as demandas das professoras de 4º e 5º ano do EF. Não houve nenhuma discussão acerca do tema grandezas e medidas, por entenderem que na escola já havia uma pesquisa sendo realizada com este tema e que essas discussões estavam acontecendo no espaço da coordenação pedagógica.

As orientações didáticas sugeridas por mim foram baseadas nas propostas de Muniz, Batista e Silva (2008, p. 87-149). Para cada grandeza (comprimento, massa e capacidade), foi elaborada uma orientação, e íamos realizando as discussões de cada uma gradualmente. Conforme íamos propondo as orientações para serem aplicadas em sala para os alunos, na coordenação ou mesmo em sala, fazíamos as reflexões e discussões a respeito. Em um segundo momento, quando foi levada para sala de aula, podemos dizer que se transformou em uma sequência didática e, conseqüentemente, em situações didáticas (BROUSSEAU, 2008, p. 21-22). que desafiaram os alunos a construir conceitos de grandezas e medidas – comprimento, massa e capacidade. Dessa forma, é interessante mostrar as

orientações didáticas para compreender melhor as análises das informações construídas e produzidas. Observe-se o quadro 7.

Quadro 7 – Orientações didáticas discutidas na coordenação pedagógica

GRANDEZAS	ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS
Comprimento	<ol style="list-style-type: none"> 1. Introdução da grandeza comprimento com o intuito de desenvolver a percepção nos alunos de comprido, curto, perto, longe, ou seja, a percepção de conservação de comprimento; 2. Utilização de partes do corpo para medir distâncias e comprimentos; 3. Escolha de unidades padrão utilizando objetos quaisquer para medir comprimentos; 4. Medição de objetos na sala de aula utilizando cabos de vassoura ou canos de PVC, fitas de papel pardo com 1 metro de comprimento que fossem maior que 1m; menor que 1m ou igual a 1m; 5. Utilização de fitas de papel pardo ou fantasia com 1 metro de comprimento, sem estar graduado, para a construção do metro – o objetivo é desafiar os alunos a graduarem o metro – descobrindo as partes dentro do todo (cm, dm e mm); 6. Utilização de instrumentos de medidas padronizados (fita métrica, trena, régua); 7. Exploração de situações-problema; 8. Registro e socialização das ações desenvolvidas.
Massa	<ol style="list-style-type: none"> 1. Introdução da grandeza massa utilizando o próprio corpo para perceber a massa de alguns materiais embalados sem saber o que há dentro: <i>i)</i> somente olhando sem tocar; <i>ii)</i> pegando as embalagens com apenas uma mão; e <i>iii)</i> pegando as embalagens uma em cada mão; 2. Utilização de diversos tipos de balanças de pratos (sem graduação) utilizando como marcadores diversos materiais da sala de aula (borrachas, cadernos, estojos, lápis etc.) – medidas arbitrárias; 3. Utilização das balanças de prato utilizando como marcadores bolinhas de gude, potinhos com pregos, saquinhos de areia (diversos tamanhos e massa) – medidas padronizadas pelo grupo; 4. Escolha de uma unidade padrão arbitrária; 5. Utilização de diversas balanças (analógica e digital) – relacionar quilograma com o grama; 6. Realização de receitas diversas; 7. Exploração de situações-problema; 8. Registro e socialização das ações desenvolvidas.
Capacidade	<ol style="list-style-type: none"> 1. Introdução da grandeza capacidade pela manipulação de líquidos e outros – transvasamento; 2. Graduação de recipientes – transvasamento (líquido, areia, serragem etc.); 3. Padronização unidade arbitrária – transvasamento; 4. Padronização unidade padrão – transvasamento (copo de 200 ml) – sem comunicar a capacidade do copo; 5. Exploração da capacidade de uma caixa de leite – descobrir quantas partes cabe dentro do todo; 6. Exploração de outros recipientes com capacidades diferentes; 7. Exploração de situações-problema; 8. Registro e socialização das ações desenvolvidas.

Pelo exposto, chegou o momento de nos deliciarmos com as análises de nossas informações construídas ao longo do estudo; veremos que foram produções

ricas, desafiadoras e empolgantes. Não foi possível analisar todas as informações obtidas, tivemos que fazer nossas escolhas, o que não foi uma tarefa fácil, pois nos deparamos com muitas questões interessantes e instigantes. Porém, podemos dizer que as informações aqui analisadas foram as mais significativas para o que nos propomos: analisar, nos processos de aprendizagem-ensino de alunos do 4^o ano do Ensino Fundamental, a formação de conceitos no campo das grandezas e medidas comprimento, massa e capacidade.

6 ANÁLISE DAS INFORMAÇÕES CONSTRUÍDAS – OS DESAFIOS DE APRENDER-ENSINAR AS GRANDEZAS E MEDIDAS COMPRIMENTO, MASSA E CAPACIDADE

Neste capítulo, analiso e descrevo as informações construídas e produzidas durante todo o processo deste estudo, sem perder de vista os objetivos já descritos. Assim, no primeiro momento deste capítulo, apresento, a partir de uma conversa com a professora, os conceitos que, segundo ela, são importantes serem construídos durante a aprendizagem e ensino de grandezas e medidas. Esses conceitos responderam nossa primeira questão de pesquisa e, com isso, atingi o primeiro objetivo proposto, o que me levou a acrescentar também os conceitos espontâneos dos alunos e da professora acerca do que é medir. No segundo momento, aparecem os recursos utilizados pela professora regente que contribuem para a construção de conceitos no campo das grandezas e medidas comprimento, massa e capacidade. No terceiro momento, respondo a segunda e última questão, em que descrevo e analiso os processos de aprendizagem no campo das grandezas e medidas comprimento, massa e capacidade. Para responder e atingir esses dois objetivos, divido a seção correspondente em três grandes categorias: comprimento, massa e capacidade.

6.1 Conversa dialogada com a professora – os conceitos que contribuem para a aprendizagem de grandezas e medidas

Uma das questões que busquei responder neste estudo diz respeito aos conceitos, que devem ser construídos durante a aprendizagem e ensino das grandezas e medidas comprimento, massa e capacidade nos anos iniciais. Para tal, no início do ano letivo, estabeleci uma conversa dialogada com a professora regente da turma, ora pesquisada, do 4^o ano do Ensino Fundamental. Iniciamos o diálogo conversando nos momentos da coordenação pedagógica sobre como ela pretendia trabalhar com a matemática durante o semestre que se iniciava.

Durante as conversas, pude identificar, na fala da professora, que ela pretendia desenvolver um trabalho diversificado, incluindo materiais manipuláveis e jogos, uma vez que sabia mais ou menos como os alunos se encontravam em seu processo de aprendizagem:

Bem, este primeiro mês é diagnóstico. Eu acho que já tenho mais ou menos assim como as crianças estão. Eu já pretendo começar...eu tô pretendo trabalhar bastante material concreto, eu quero ver se incluo os jogos. Quero dar prioridade pra isso, e é difícil, porque a gente acaba se envolvendo com uma coisa, com outra, mas eu quero ver se eu consigo priorizar este ano os jogos. (degravação de áudio n. 15, 64 s., 1/3/2010).

A professora tinha em mente desenvolver um projeto em sala de aula denominado “Arte na sala”. Sua intenção, além de proporcionar aprendizagens, troca de experiências, era também envolver a família no contexto escolar e no processo de aprendizagem de seus filhos. Vejamos, o que a professora diz a respeito:

Queria ver também se coloco em prática em sala o projeto “Arte na Sala”. É um projeto que traz os pais para a escola e, dentro desse projeto a gente consegue trabalhar bem português, matemática, enfim, diversos. Então, como que é esse projeto? Um pai ou a tia, alguém da família vem, vem à escola, aí vai trabalhar com toda a turma alguma coisa que seja do interesse deles. Por exemplo, uma receita, tem aluno que adora, por exemplo, panqueca de queijo e presunto... Aí, durante a semana, a gente trabalha aquilo ali, trabalha a receita, as medidas, trabalha a receita em si, a quantidade, se dá pra quantas pessoas, quantas receitas a gente precisa fazer... Eles se sentem importantíssimos no dia que a família vem. Há uma mudança nele. A família dentro da sala, eles têm uma outra percepção do trabalho e do trabalho da gente também, eles vivem aquele momento. (degravação de áudio n. 15, 1:53 min., 1/3/2010).

Percebe-se, na fala da professora, que ela já inclui o tema medida para ser trabalhado ao se referir ao exemplo da receita.

Outro aspecto que chamou nossa atenção na conversa dialogada foi que a professora coloca o número como centro de partida para os demais conceitos a serem trabalhados em sala de aula, como os das operações, do tratamento da informação, da geometria e das grandezas e medidas. Nota-se que a aritmética revela-se como eixo central no desenvolvimento curricular. Posso inferir que a professora concebe que, para que as crianças possam compreender os conteúdos que vão estudar, é necessário primeiro compreender o número, ou seja, primeiro construir o conceito de número para depois construir os demais conceitos (adição, subtração, multiplicação, divisão, figuras geométricas, grandezas e medidas etc.). Vejamos o que diz a professora:

E agora, nesta primeira fase, eu, diante disso aqui, eu pretendia trabalhar primeiro o número, não independente, porque não tem como, mas no lugar de ficar me detendo à adição, subtração, adição, subtração... primeiro eles entenderem o número. A gente não consegue separar não, o que penso é a prioridade que é o número e, depois de número, trabalhar os conceitos da adição... (degravação de áudio n. 15, 5:13 min., 1/3/2010).

Percebe-se, nesse diálogo, que o principal conceito que aparece para ser trabalhado é o número, ele será o ponto inicial para desenvolver os demais. Mesmo que, durante a conversa, a professora fale da geometria, do tratamento da informação e das operações, percebe-se, em sua fala, que ela não enxerga os conteúdos segmentados, separados uns dos outros; porém, afirma que a prioridade é iniciar com o número. Ao priorizar o número e depois sugerir trabalhar os conceitos da adição, infiro que, sua visão, nesse momento, está mais voltada propriamente à de medidas, que requer a quantificação, do que à grandeza, que requer a percepção. O que pode revelar que o desenvolvimento curricular ancorado na estrutura do número impede, por vezes, conceber construções outras não atreladas ao número, por exemplo: grandezas.

Diante do exposto, perguntamos como ficaria o tema grandezas e medidas, e a professora disse:

Pois é, não fica fora, do meu ponto de vista, porque como que a gente trabalha adição, subtração, tempo, se tu não tiver tratamento da informação? Eu não consigo separar. O mesmo acontece com grandezas e medidas, do mesmo jeito, se a gente tá trabalhando com, por exemplo, com número, se vou falar de número automaticamente, vai vir o metro, o quilo, porque é uma forma de número. Eu tenho essa visão. (degravação de áudio n. 15, 7:31 min., 1/3/2010).

Nesse trecho, sua fala demonstra que, com grandezas e medida,s não é diferente, a professora regente relata que não consegue trabalhar com esse tema em separado do número, ou seja, continua afirmando que o conceito de número será o ponto de partida para esse conteúdo também. Concordamos com a professora que realmente não tem como separar o número dos demais conteúdos; porém, temos uma visão diferente, pensamos que, se pudesse ser o contrário, seria a partir desses conteúdos (grandezas, medidas, operações etc.) que os alunos poderiam construir novos conceitos, inclusive o de número. Por fim, pergunto à professora o que ela espera da pesquisa, qual sua expectativa. Ela então nos responde:

Tirar dúvidas e sugestão para trabalhar, porque grandezas e medidas, a prática que eu tenho, ela é bem tradicional. Eu gosto de fazer com eles assim: eles conhecem o corpo, então eles pesam, medem. Essa semana já tem no planejamento um dia que a gente vai usar instrumentos, eu vou deixar eles escolherem pra medir as partes do seu corpo e anotar, cada um vai anotar o tamanho do braço, da mão... pra eles terem também a proporção, aí a medida eles se medem para depois a gente montar, montar as situações-problema... Se o fulano mede tanto e o outro mede tanto, qual a diferença da medida deles? (degravação de áudio n. 15, 11:31 min., 1/3/2010).

A expressão “Tirar dúvidas e sugestão para trabalhar, porque grandezas e medidas, a prática que eu tenho ela é bem tradicional”,¹⁴ leva-nos a crer que grandezas e medidas é um tema pouco explorado em sala de aula. No entanto, quando a professora relata que pretende desenvolver o trabalho a partir do conhecimento do corpo, leva-nos a inferir que ela não tem uma prática tão tradicional assim como fala; pelo menos, sua fala não está centrada em transformações mecânicas de múltiplos e submúltiplos das unidades de medidas. O que nos faz pensar que, mais uma vez, envolve em sua fala situações de quantificação que apelam para o número, não levando em conta a grandeza.

Porém, ao descrever o planejamento que pretende desenvolver durante a semana, nos deparamos de imediato com o uso de instrumentos de medidas padronizados como a régua, fita métrica e trena, que nos leva a inferir que a professora não considera que construir conceitos que se referem a grandezas e medidas deveria partir das percepções que os alunos têm das grandezas, das dimensões que podem ser medidas, ou seja, dos conhecimentos prévios deles, e que devemos iniciar os trabalhos com medidas a partir das unidades arbitrárias. Veja abaixo a transcrição:

Eu queria que eles escolhessem na caixa matemática um instrumento, aí eles vão se medir, medir aos colegas, vão se medir, medir o corpo, depois dessa medida a gente faz a da sala, mas isso é depois. Tem uns que pegam a régua e não conseguem, porque a régua é dura e aí não sai, não sai... Ah! Não! Eu quero mudar, muda. Normalmente o instrumento que eles amam é a trena, aquela trena horrível, pode machucar... aí fica difícil ela é complicada, ela não é pra... eles vão direto na trena. Isso dá é para medir... [não fala o que]. Mas eles descobrem isso na sala, aí eu converso com eles um pouquinho sobre a questão da fita métrica, que na hora de medir, às vezes, ela faz volta, se ela tivesse reta, porque quando mede com a régua, a diferença de uma medida pra outra, que às vezes acontece, é assim, é só mesmo uma noção, porque eles são bem imaturos, tem uns que conseguem perceber, tem outros que passam. (degravação de áudio n. 15, 12:38 min., 1/3/2010).

O que gostaria também de ressaltar é que, ao falar de grandezas e medidas, a professora relata que tem algumas dificuldades com as nomenclaturas e faz certas confusões conceituais entre os termos medida e peso, ou seja, ela não faz uma reflexão que pesar também é medir, ela se refere à palavra “medida” (conforme vemos no trecho degravado a seguir) como sendo a grandeza comprimento, e o

¹⁴ Quando a professora diz: “a prática que eu tenho ela é bem tradicional”, está se referindo à utilização imediata de instrumentos e unidades padronizados.

peso como a grandeza massa. Isso demonstra que a professora ainda não faz uma distinção entre os conceitos grandezas e medidas.

Eu tenho certa dificuldade na nomenclatura... Vou levar só medida, não vou trabalhar com o peso agora. (degravação de áudio n. 15, 22:10 min., 1/3/2010).

A degravação do vídeo realizado no dia 8 de agosto de 2010 pode confirmar a fala da professora; realmente, ela demonstrou dúvida na nomenclatura no momento de escrever a do decímetro.

PROFESSORA: Porque 100 vezes 10 é mil. Um metro dividido em 10 pedacinhos é o que mesmo?
 ALUNOS: decímetro!
 LOREM: E o decímetro como representa?
 [PESQUISADORA: Professora escreve no quadro: fica em dúvida se é dm ou dcm. Pesquisadora chama a atenção para as iniciais das palavras CENT, MILI, DECI... professora escreve no quadro com cores diferentes e vai falando:]
 PROFESSORA: CENTímetro é 100 pedacinhos do metro; MILímetro é 1.000 pedacinho do metro; DECímetro é o metro dividido em 10. (degravação de vídeo, 8/8/2010).

Aqui vemos uma confusão conceitual da professora ao dizer “CENTímetro é 100 pedacinhos do metro”. O correto seria: CENTímetro é cada pedacinho do metro ou 1 metro é 100 pedacinhos de centímetros. O que nos leva a inferir que confusões como essas aparecem com frequência nos espaços escolares, devido a uma série de fatores, uma delas seria a reprodução do ensino conforme fomos ensinados, uma vez que grandezas e medidas eram centradas na transformação de múltiplos e submúltiplos, além de termos que memorizar que 1 metro tem 100 cm, 1.000 mm etc., sem refletir sobre seu real significado.

Por fim, no final da conversa dialogada, a professora demonstra em sua fala que necessita de ajuda para planejar as tarefas que irá propor em sala de aula:

Aí eu pensei assim: eu não tenho muito planejamento pra gente fazer isso. Aí, a partir disso, sim, a gente senta e aí a gente senta e vai ver o que tem e o que precisa. (degravação de áudio n. 15, 23:00 min., 1/3/2010)

Essa fala da professora nos faz pensar na importância da formação em serviço nos espaços escolares, pois as dificuldades encontradas por nós,

professoras, seja como tratar das grandezas ou lidar com as medidas podem, por certo, gerar dificuldades de aprendizagem.

Enfim, a partir dessa conversa, eu e a professora iniciamos um trabalho colaborativo. Além de estar presente todos os dias em sala de aula, também participava dos espaços da coordenação pedagógica, em que ambas discutíamos juntas as orientações didáticas no que se referiam a grandezas e medidas.

6.2 O que é medir – O que pensam os alunos e a professora

As discussões realizadas com a professora na coordenação pedagógica partiram do complemento de frases que foi proposto às professoras da escola pesquisada no dia 27 de novembro de 2009. O referido complemento de frases teve como intuito colher algumas informações a respeito dos temas grandezas e medidas, as quais foram necessárias no processo de construção da oficina já mencionada anteriormente e na construção das orientações didáticas, que foram propostas e discutidas com as professoras do 4º ano do EF na coordenação pedagógica para que elas desenvolvessem em sala de aula com os alunos.

A professora regente, da turma ora pesquisada, escreveu, no complemento de frases, que a matemática é trabalhada todos os dias em sala, e que os conteúdos aos quais ela deu mais ênfase nos últimos três anos foram “números, operações, tratamento”; e, quando justifica, diz que “talvez pela falta de experiência com geometria” (ver apêndice D). As frases a serem completadas foram:

1. Para mim, a diferença entre grandeza e medida é... [A professora escreveu:] não sabia, Marli me explicou.
2. Quando se trata de grandezas e medidas na sala de aula, o conteúdo que eu mais gosto de trabalhar é... [A professora escreveu:] não sei separar um do outro.
3. As dificuldades que encontro para trabalhar grandezas e medidas em sala de aula são... [A professora escreveu:] não tenho dificuldade. (complemento de frases, 27/11/2009).

Nota-se que, entre os conteúdos trabalhados nos últimos três anos, não aparecem os conteúdos grandezas e medidas, o que nos levou a supor que esse conteúdo não é abordado em sala de aula, talvez por falta de experiência como a própria professora relata ter com a geometria. O que confirma minhas hipóteses de que estes conteúdos são pouco trabalhados em sala e sempre são deixados para o

fim do ano letivo. Essa é uma questão delicada nos espaços escolares, em que a culpa não pode estar centrada somente na figura do professor. De acordo com Mandarino (2009, p. 43),

desde os anos 80, pesquisadores da área de Educação Matemática vêm defendendo que o estudo da geometria e das grandezas e suas medidas seja distribuído ao longo do ano letivo. Essa discussão teve como motivação a verificação de que, nos currículos de diversas redes de ensino e nos livros didáticos, os conteúdos dessas áreas do conhecimento matemático eram previstos para o final do ano letivo.

Por isso, os encontros nas coordenações pedagógicas foram essenciais para o processo de construção do cenário da pesquisa e das construções das informações do estudo ora proposto.

Pode-se dizer também, acerca da resposta da professora, que há uma incoerência em seu discurso, pois, ao mesmo tempo em que escreve que não sabe explicar os conceitos grandezas e medidas, afirma que *não tem dificuldade em trabalhar* com esses temas em sala de aula. Ao nosso olhar, isso demonstra que esse tema é pouco explorado e trabalhado em sala de aula, o que corrobora mais uma vez com a participação da pesquisadora nos espaços de coordenação pedagógica. Esse fato também nos levou a refletir e pensar sobre o paradoxo presente na fala da professora, pois nós, professores, quando não dominamos ou entendemos tal conteúdo, não nos arriscamos a problematizá-lo, uma vez que questionar revela certo nível de compreensão de nossa parte.

Quando fui para sala de aula, logo percebi que o complemento de frases havia levado a professora a uma reflexão de sua prática pedagógica, pois, no segundo mês do ano letivo, ela já estava propondo aos alunos situações envolvendo o tema grandezas e medidas.

Uma das coisas que me chamou a atenção quando fui para a sala de aula foi o diálogo estabelecido entre professora e os alunos a respeito do que seja medir. Foi importante identificar o que eles entendiam por medida para iniciarmos as discussões no espaço de coordenação pedagógica, uma vez que a proposta foi levar algumas orientações didáticas para que pudessem contribuir na elaboração das tarefas que seriam propostas a eles e desafiá-los com as situações-problema.

Então, vejamos algumas respostas dadas pelos alunos (optamos por não identificar os alunos):

ALUNO: Medir é quando você pega alguma coisa, aí pega uma régua ou uma fita métrica, uma trena e é quando ela mede altura, isso é medir.

ALUNO: O metro tia, o metro tia.

PROFESSORA: O metro quer dizer que é me... dir. O que é que ele mede? O que vocês acham que é medir?

ALUNO: Medida? Deixa eu pensar tia... Medir é medir porta, é medir janela, é medir madeira... é medir pessoa.

ALUNO: Medir também dá para medir com a mão, dá para medir com o sol.

PESQUISADORA: Com o sol?

ALUNO: Dá tia, o espaço.

PESQUISADORA: O sol mede o quê?

ALUNO: Oh! Tu tá longe, tu pega o binóculo, tu pega e vê quanto dá o tamanho do sol e bota aqui na nuvem, aí tu vê o tamanho da nuvem...

ALUNA: Medir, para mim, é saber o tamanho das coisas, né. Ver se o espaço é grande é pequeno, né. Ver curto, isso que é medir pra mim.

ALUNO: Medir é um negócio que mede pra cima e pra baixo. Tipo, se eu tiver com dificuldade de medir, é só pegar a trena e o metro.

ALUNA: Medir é uma coisa que as pessoas fazem para medir as coisas usando fita métrica, régua, tipo assim, se eu for medir a mesa, eu uso a régua.

ALUNA: É medir as coisas. Só! Já medi meu braço, a cabeça, aqui na sala.

ALUNA: É tipo, é medir a porta, pode ser de vários jeitos, com a mão, tipo a minha mão é maior do que a da Joaquina. Aí, com certeza, a medida de mão da Joaquina vai ser maior, porque a mão dela é pequena, vai precisar de muitas até chegar no topo.

ALUNO: Medir o corpo, medir a sala, medir a gente, com a trena, a mesa também.

ALUNO: Ver o tamanho de uma coisa. É tipo um apartamento, você quer saber quantos metros ele tem, então você pode pegar fita, trena, qualquer coisa para medir.

ALUNO: Crescer!!! Medir as coisas. Eu, o armário, paredes...

ALUNA: É medir as coisas, ver o tamanho que elas têm. Tem umas pequenas e tem umas maiores.

ALUNO: Medir, deixa eu pensar um pouquinho. Medir é, por exemplo, quando as pessoas vão medir as coisas, quando vão, por exemplo, ajudar na construção de uma casa. Por exemplo, meu bisavô ajudou na construção da casa dele e precisou medir as coisas. Entendeu? As coisas que precisam trena, fita métrica para medir uma porta, um armário, um espelho...

ALUNA: Pode medir um quadro, a parede, uma mesa, um menino. Ah! Também a régua pode medir qualquer coisa, dá par medir um ovo, um caderno, uma borracha. É só botar o ovo perto da régua aí vai mostrar o número. (degravação de áudio n. 23, 8:10 min., 31/3/2010).

Nota-se, na fala dos alunos, uma espontaneidade em dizer o que é medir, isso demonstra que eles já trazem alguns conceitos de sua experiência de vida. Em outras palavras, a partir do convívio social do aluno em outros espaços fora da escola, podemos dizer até mesmo de outras experiências anteriores ao próprio espaço escolar (na verdade não temos como saber), o importante é que os alunos já têm algum conceito do que seja medir, mesmo que seja o mais simples possível, podemos identificar que eles têm certa noção.

Ao mesmo tempo em que eles falam em medir objetos – às vezes utilizando partes do corpo, às vezes trenas, fitas e réguas –, aparece também a noção de espaço, ou seja, que ele também pode ser medido, se é distante, se é grande, se é pequeno. A presença dessa percepção surge quando a criança fala que medir é “crescer”, mas, limitado à grandeza associada ao espaço – comprimento –, podemos dizer que já é um conhecimento socialmente construído.

No entanto, percebe-se que as noções trazidas pelos alunos referem-se mais às experiências que tiveram com medidas da grandeza comprimento. Em suas falas, não foi possível identificar as grandezas massa e capacidade. Podemos inferir que essas crianças têm pouco ou nenhum contato, tanto na escola como no convívio social fora da escola, com ações de medir grandezas de massa e capacidade. O que me leva a refletir: não seria também em função da configuração do currículo escolar, que enfatiza somente o comprimento enquanto medida?

Dessa forma, esse diálogo foi importante para nossas discussões, pois, a partir do momento em que identificamos o que acabamos de relatar, optamos iniciar as tarefas propostas em sala de aula com a grandeza comprimento, por ser aquela que os alunos estavam mais familiarizados. A intenção não foi enfatizar ainda mais a grandeza comprimento, mas, sim, partir das experiências e vivências que os alunos tinham com relação a essa grandeza, sejam elas dos seus contextos sociais ou escolares.

No capítulo que se segue, discuto as três grandes categorias: *i)* comprimento; *ii)* massa; e *iii)* capacidade, bem como suas subcategorias, que surgiram nas análises das informações produzidas. Busquei responder à seguinte questão – Quais processos de aprendizagem gerados no campo das grandezas e medidas comprimento, massa e capacidade nos anos iniciais? Busquei também atingir ao último objetivo: Descrever e analisar os processos de aprendizagem no campo das grandezas e medidas comprimento, massa e capacidade nos anos iniciais.

7 RESULTADOS – AS TRÊS GRANDES CATEGORIAS: COMPRIMENTO, MASSA E CAPACIDADE

Minha proposta a partir de agora será mostrar os resultados das informações produzidas durante o processo da pesquisa no que se refere às grandezas e medidas comprimento, massa e capacidade. Optei em dividi-las em três grandes categorias: *comprimento*, *massa* e *capacidade*. Para facilitar a compreensão de como se deu a análise das informações com relação ao tema estudado, veremos que cada uma dessas categorias foram subdivididas em subcategorias, as quais demonstraram as percepções, as comunicações, as estratégias de medidas e as intervenções que contribuíram para a formação de conceitos acerca das grandezas e medidas comprimento, massa e capacidade. Vale a pena ressaltar que todos os nomes dos alunos aqui descritos são pseudônimos e as famílias autorizaram a divulgação das imagens que aqui aparecem.

7.1 Grandeza comprimento

A grandeza comprimento foi a primeira a ser discutida e trabalhada em sala de aula. Não foi por acaso que iniciamos o trabalho com esta grandeza antes das grandezas massa e capacidade, pois, ao perguntarmos aos alunos “o que é medir”, identificamos que eles, em suas falas, referiam-se mais a essa grandeza do que às outras, como já dito anteriormente. Assim, por pensar que eles já estavam mais familiarizados com a grandeza comprimento, optamos por discutir, elaborar e levar as tarefas para a sala de aula essa grandeza antes do que as outras. Esse fato confirma mais uma vez que as propostas pedagógicas seguem mais uma lógica curricular linear do que a lógica do processo de aprendizagem.

Antes de irmos para a sala de aula, passamos por todo um processo de construção e elaboração das orientações didáticas na coordenação pedagógica com as professoras, tivemos que sentar e discutir se, de fato, as tarefas que íamos propor contribuiriam para a construção de novos conceitos, no que concerne à grandeza comprimento. Lembramos que nossas orientações didáticas foram baseadas nas tarefas propostas no módulo IV do Curso PIE, organizado por Muniz, Batista e Silva (2008).

É fato que não tínhamos como afirmar se essas orientações iriam proporcionar ou não a construção de novos conceitos, mas, enfim, nas coordenações que realizamos, surgiram discussões interessantes e valiosas para o estudo ora proposto. Somente depois de aplicá-las é que pudemos analisar, refletir e fazer as devidas modificações. Contudo, não foi possível realizar os ajustes a todas devido ao pouco tempo que tínhamos para desenvolvê-las em sala de aula.

Com relação à grandeza comprimento, montamos tarefas que iniciaram pelas medidas arbitrárias, até chegarmos às medidas padronizadas e legais, no caso, o metro. Desse modo, partindo desse ponto, realizamos as análises de algumas informações, as quais pensamos ser relevantes para esse estudo. Buscamos responder quais processos de aprendizagem e ensino foram mobilizados pelos alunos na formação de conceitos no campo das grandezas e medidas nos anos iniciais. Especificamente nesta seção, somente a grandeza comprimento será tratada, mas, ao longo do estudo, vamos incluir as grandezas massa e capacidade. As informações foram selecionadas a partir de algumas gravações de áudio e outras de vídeo.

Organizamos as análises das informações da grandeza comprimento da seguinte forma:

- 1) Percepção: o ponto de partida para a construção dos conceitos de grandezas e medidas (no caso, o comprimento);
- 2) Comunicação: a possibilidade de construir novos conceitos a partir do diálogo entre os alunos e entre estes, a professora e pesquisadora;
- 3) Intervenção pedagógica: os atos necessários para a construção de conceitos das grandezas e medidas comprimento, massa e capacidade;
- 4) Estratégias de medidas: as ações dos alunos quando são desafiados a medir as grandezas comprimento, massa e capacidade;
- 5) Parte-todo: as relações de ordem no caso contínuo – um dos problemas da medida de grandezas comprimento.

7.1.1 Percepção: o ponto de partida para a construção dos conceitos de grandezas e medidas – comprimento

Perceber o mundo que nos cerca é algo fascinante que desenvolvemos desde quando nascemos por meio das informações obtidas através dos nossos sentidos, seus processamentos e reflexões. Assim, podemos dizer que a noção de tempo, de espaço e de forma são percepções próprias da criação da mente humana. A partir de nossa convivência no meio social, estamos sujeitos a diversas experiências, e nos tornamos capazes de refletir sobre elas, o que nos constitui como sujeitos atuantes na vida e nos faz agir de modo perceptivo e intuitivo. Não é à toa que olhamos para o céu e dizemos se vai chover ou não; que encontramos com um amigo e sabemos se ele está triste ou alegre; que, quando vamos a um lugar pela primeira vez, parece-nos longe e, da segunda, parece que chegamos mais rapidamente. Enfim, são muitas as situações que despertam em nós a sensação de percepção das coisas: quente, frio; grande, pequeno; longo, curto; longe, perto; etc. São tantas que não é possível enumerar todas de uma só vez.

Nesse sentido, o primeiro princípio proposto por Muniz, Batista e Silva (2008) refere-se, justamente, à percepção que esses conceitos estão necessariamente atrelados aos sentidos. Os autores afirmam que não podemos trabalhar o metro como unidade de medida sem explorar a ideia de comprimento e a ideia de distância. Para os referidos autores, a medida está diretamente ligada à comparação e, por conseguinte, a comparação está ligada ao conhecimento lógico-matemático, que é uma construção da mente humana. Supomos que os autores, ao recorrerem ao conhecimento lógico-matemático, estejam se referindo a Piaget (2002) que propõe três tipos de conhecimento: físico, lógico-matemático e social, concebendo o conhecimento como uma construção contínua que, a partir do pensar sobre as experiências com objetos e eventos, necessita da ação sobre o ambiente e da interação do sujeito com o objeto. No entanto, os aspectos históricos, sociais e culturais também estão presentes nessa interação para a construção do conhecimento. Assim, em nossos estudos, recorreremos também a Vigotsky (1984, p. 33), o qual diz que o caminho do objeto até a criança e desta até o objeto passa através de outra pessoa. Essa estrutura humana complexa é o produto de um processo de desenvolvimento profundamente enraizado nas ligações entre história individual e história social. Com isso, queremos dizer que esses dois teóricos,

mesmo com pensamentos opostos, foram importantes para fundamentar as análises das informações, mesmo porque, segundo Vergnaud (2009a, p. 32), as duas maiores contribuições do século vinte para a psicologia cognitiva foram Piaget e Vigotsky, e Vergnaud ainda completa dizendo que esses autores não se opõem, ao contrário, complementam-se de forma útil.

Dessa forma, demos início às tarefas em sala de aula, propondo situações-problema que aguçassem as percepções dos alunos no que concerne às ações associadas à grandeza comprimento. A professora regente, como contadora de histórias que é, durante a coordenação pedagógica, sugeriu que a pesquisadora contasse para os alunos a história “A guerra das medidas” (autor desconhecido, ver apêndice G). A história conta o conflito entre o rei das frutas e o rei do gado ao medir um pedaço do tecido dado de presente de um rei a outro. Entretanto, para o rei das frutas, o tecido media 50 pés e, para o rei do gado, 40 pés; com isso, os personagens não chegavam a um acordo.

Assim, a história teve o mesmo propósito que tínhamos em sala de aula, o de gerar um conflito na estrutura de pensamento dos alunos a fim de que eles discutissem qual a solução iriam dar ao problema dos reis. Os alunos tiveram a oportunidade de vivenciar a história dos reis, levamos para sala de aula pedaços de tecido e de fita, e eles tiveram que medi-los utilizando qualquer parte do corpo. Depois de muito experimentar e medir, o objetivo foi que eles percebessem a necessidade de uma padronização arbitrária das medidas, no caso, as partes do corpo, para depois chegarem à padronização das unidades das medidas padrão, como o metro.

No final da história, ao serem indagados sobre como poderiam ajudar os reis a resolverem o problema da medida dos pés, a discussão dos alunos se deu mais em torno de qual pé que iria valer. A discussão foi intensa; contudo, selecionamos apenas um trecho que nos chamou mais atenção, a discussão entre as alunas Gabriela e a Cindi:

PESQUISADORA: E agora, como vamos ajudar os reis a resolverem esse problema?

CINDI: O do rei das frutas, por causa que o dele dá pra medir, o do outro não dá por causa que um é menor que o outro.

GABRIELA: Nada a ver, os dois dá pra medir.

CINDI: Não, porque é maior mede mais centímetros que o outro.

GABRIELA: Não é, é o contrário, o pé pequeno mede mais centímetros que o maior. (degravação, n. 25, 28:37 min., 15/4/2010).

Na conversa das alunas vemos que uma aluna faz referência à comparação dos pés e diz que apenas o pé menor pode ser utilizado como unidade de medida. Assim, podemos dizer que a aluna já tem consciência que, para medir, é necessário comparar, e a comparação é o ponto de partida para se construir conceitos no campo conceitual das grandezas e medidas, que nos leva, necessária e desejavelmente, à noção de proporcionalidade. No entanto, segundo Caraça (2010), não basta dizer *é maior que*, ou *é menor que*, é necessário quantificar, o que leva à necessidade de uma unidade de medir. A princípio, a percepção que a aluna Cindi teve referiu-se apenas à comparação *maior que*, *menor que*; tanto assim que sua colega Gabriela diz que os dois podem ser utilizados como unidade de medida. A aluna Gabriela, ao dizer “não é, é o contrário, o pé pequeno mede mais centímetros que o maior”, já demonstra saber o quanto mede, pois além de comparar o menor com o maior já é capaz de responder quantas vezes a unidade cabe dentro da grandeza a ser medida. Na verdade, uma – no caso a Cindi – se referia somente aos tamanhos dos pés, enquanto a Gabriela já se referia ao tamanho dos pés fazendo uma comparação com o tamanho do tecido, ou seja, quantas vezes aquela unidade – no caso, o pé – poderia caber no tecido a ser medido. Percebemos que tanto Cindi quanto Gabriela, ao utilizarem a palavra centímetros, já trazem um conhecimento extraclasse para a discussão, ou seja, um conhecimento socioculturalmente construído.

Vejamos como o diálogo continua após a intervenção da professora:

PROFESSORA: Não entendi. Como assim?

CINDI: Não!!! O maior que mede mais, por causa que... não tinha aquele que media mais? O dele não, o dele já media exatamente o tamanho que o tecido.

GABRIELA: Não, o pé maior mede menos que o tecido.

CINDI: Mas o pé dele é maior. (degravação, n. 25, 28:37 min., 15/4/2010).

Nesse trecho, Cindi continua tentando explicar seu raciocínio, mas ainda comparando o tamanho dos pés apenas. Na nossa interpretação, ela queria dizer que, como o pé do rei do gado era maior que o pé do rei da fruta, o pé menor media mais, o que confirma que ela ainda não relaciona o tamanho do pé com a grandeza a ser medida, ou seja, quantas vezes o pé dos reis cabem dentro do tecido a ser medido. Mas aqui fica claro que a aluna Gabriela já tem a compreensão de que não basta comparar os pés, também é preciso saber quantas vezes a unidade pode

caber na grandeza. A sua afirmação de que “o pé maior mede menos que o tecido”, leva-nos a inferir que é como se ela estivesse dizendo: “o pé maior cabe menos vezes no tecido”. Isso nos leva a supor que a aluna declarou a noção de proporção ao mobilizar a ideia de comparação e quantificação na medida. Acreditamos que, ao fazer tal afirmação, a aluna vai ainda mais além, porque ela traz a noção de proporcionalidade inversa, que é normalmente tratada curricularmente somente no 7º ano do Ensino Fundamental.

Mas o diálogo não termina por aqui, duas colegas entram na discussão e notamos uma diferença na conversa e no raciocínio da aluna Cindi:

ANDRESSA: Tem um pé que é maior do que o outro, aí o pé que ... um deu mais pés porque o pé era menor, e o outro menos pés porque era maior.

BETE: Na verdade, o pé do rei que deu o pano é menor, por isso que deu a diferença.

CINDI: Pode me emprestar os pés? O pé desse aqui é menor do que do outro (se refere ao pé do rei das frutas). Então, como o pé do outro era menor, o mensageiro deve ter o pé igual ao do que mandou... Então, ele mediu exatamente igual, aí o rei pensou que não ia dar exatamente igual, por causa que o pé era maior e media menos que o pé menor.

PROFESSORA: Então, o pé maior precisa menos pés, é isso?

CINDI: O pé maior precisa menos pés para medir exatamente a medida do tecido. (degravação, n. 25, 28:37 min., 15/4/2010).

Aqui podemos perceber que uma intervenção, seja da professora ou até mesmo de colegas, faz a diferença no processo de formação de conceitos, pois a aluna Cindi, além de estar envolvida no diálogo, estava muito motivada a participar da discussão e colocar sua opinião. A aluna estava imersa numa situação de profundo significado para ela, em plena atividade mental e também gestual, tanto que pede para pegar nos pés. Então, pensamos que ela começa a refletir e talvez a mudar seus esquemas de pensamento (VERGNAUD, 2009a), visto que a aluna já começa a mostrar indícios de que não basta somente comparar os tamanhos dos pés, principalmente ao dizer: “o pé maior precisa menos pés *para medir exatamente a medida do tecido*” (grifo nosso). Para ela, a grandeza do tecido continua sempre a mesma, apesar de o resultado das medidas ser diferente, em função das variedades.

A discussão continua e percebemos, então, outro indicador importante: a conservação da grandeza a ser medida, ou seja, os pés são diferentes, mas, o tecido é o mesmo.

PROFESSORA: Então, o pé maior precisa menos pés, é isso?
CINDI: O pé maior precisa menos pés para medir exatamente a medida do tecido.
GABRIELA: Mas, na verdade, é a mesma quantidade.
CINDI: Então, se o pé fosse do tamanho do outro, dava pra medir o tamanho exato.
GABRIELA: Mas o tecido continua do mesmo tamanho, ele não é mais nem menos.
CINDI: A diferença não é do tecido, é dos pés. Por isso que começou a guerra deles. Tia! Esse pé aqui, grande e o pequeno, se o tecido, tipo assim, o tecido é do mesmo tamanho desse aqui, então, como eles começaram a briga? Por que o rei mediu com o pé maior? Se ele tivesse o outro pé menor dava pra ele medir exatamente o tamanho do tecido, mas o tecido não é o tamanho, é o pé deles que é diferente.
GABRIELA: Então, o tecido continua sendo do mesmo tamanho.
CINDI: A diferença que é dos pés. (degravação, n. 25, 28:37 min., 15/4/2010).

Esse diálogo foi interessante, pois, no momento em que as alunas discutiam sobre o tamanho dos pés e o tamanho do tecido, podemos dizer que aparecem três conceitos básicos na construção de conceitos de grandezas e medidas: conservação, comparação e quantas vezes o menor cabe no maior. Assim, vemos a importância de proporcionar situações-problema que possam desafiar os alunos a entrar em atividade e construir novos conceitos. Temos consciência de que não basta apenas uma situação, mas uma boa situação é que faz a diferença, pois é ela que motiva o aluno a se envolver, refletir e agir. Aqui ficou visível a percepção que as alunas tinham em relação a medir uma grandeza, é claro que ainda falta mais informações para a Cindi perceber que tanto o tamanho dos pés, quanto a conservação do tamanho do tecido é que dirá quantas vezes a unidade de medida cabe na grandeza a ser medida, mas essa situação foi apenas o início para muitas e muitas discussões. O importante é que, no final da conversa, Cindi já explicitava seu pensamento com mais clareza e, como nos diz Vigotsky (2000), o conceito é um ato de generalização, mas evolui a cada vez que a criança e o adulto apreendem novos significados. O que nos leva a crer que esses significados vão sendo apreendidos à medida que damos oportunidade para que as crianças possam se sentir como sujeitos ativos, participantes e capazes de produzir novos conhecimentos. E isso, de fato, vimos acontecer nessa sala de aula.

Essas ações dos alunos nos levam a resgatar o 11º princípio proposto em nosso referencial teórico, segundo o qual “a escola deve ser o espaço de trabalhar o sistema legal de medidas, à medida que é, por excelência, espaço de socialização e de compreensão das relações estabelecidas na sociedade”, possibilitando a formação de novos conceitos.

Pensamos que tudo o que foi dito se concretizou. Ao terminar de contar a história, os alunos foram desafiados a desenvolver uma tarefa em grupo e tiveram que escolher uma parte do corpo para medir o tecido que o rei havia presenteado ao amigo. Eles se depararam com a mesma situação dos reis, pois, ao medirem o tecido, as medidas eram diferentes. Foram seis grupos e cada grupo escolheu uma parte do corpo como unidade de medida: grupo 1 – a cintura; grupo 2 – a mão, o pé e a polegada; grupo 3 – palmo; grupo 4 – dedão; grupo 5 – mão, dedo e pé; e grupo 6 – pé, atribuindo um valor ao pé, cada pé valia 5.

Assim, a partir dessa atividade, os alunos sugeriram que deveriam escolher uma parte do corpo como unidade padrão, e a parte mais votada foi o pé. Mediram a distância da porta da sala de aula até o portão interno da entrada da escola, como na história dos reis, e cada um teve uma medida diferente.

Então, juntos, professora e alunos tiveram a ideia de carimbar os pés num pedaço de papel pardo, o papel era do mesmo tamanho para todo mundo. A intenção foi saber quantos pés cabiam ali, naquele pedaço de papel pardo, e qual pé do colega seria considerado a unidade padrão da turma. Enfim, foi essa solução que deram para resolver a questão das diferenças de tamanhos das unidades de medidas. Depois de todos terem carimbado os pés no papel pardo, inclusive a professora e a pesquisadora, e terem comparado os tamanhos, decidiram que o pé da aluna Babi seria o pé padrão da turma.

Imagem 1 – Pés carimbados no papel pardo para definir a unidade padrão da turma



Quanto à escolha da unidade padrão, a justificativa utilizada por eles é que teria de ser o pé maior, pois assim daria menos pés e ficaria mais fácil de contar e

medir. O fato de terem escolhido o pé como unidade de medida demonstra que, além de quererem vivenciar a história dos reis, parece-nos que ainda faltava algo para compreender, ou seja, perceber, sentir porque era mais fácil escolher o pé maior, pois assim poderiam confirmar que uma unidade maior cabe muito menos vezes do que uma menor em qualquer grandeza a ser medida, tendo em vista que a discussão o tempo todo gerou em torno disto.

Podemos inferir que os alunos, ao optarem pelo pé maior, não levaram em conta que essa escolha poderia gerar mais possibilidades da noção de fracionamento, ou seja, que uma grandeza pode ser cada vez mais dividida tanto em unidades menores como em unidades maiores.

Segundo Muniz (2009a), o professor que não busca revelar e compreender as lógicas e esquemas presentes nas opções, ações e justificativas das crianças mergulhadas nas atividades significativas para elas pode ficar confuso.

Mas o pensamento das crianças nos desafia sempre a compreender porque estão agindo de tal forma e não de outra. Isso demonstra que não é necessário o professor ficar à frente da classe ditando regras nem terminologias, os próprios alunos fazem suas regras de ações ao se sentirem imersos num conjunto de situações.

A seguir, vamos entrar em outra categoria em que o diálogo entre alunos, professora e pesquisadora foi um indicador para a construção de novos conceitos no processo de aprender-ensinar grandezas e medidas, no nosso caso em especial, a do comprimento.

7.1.2 Comunicação – A possibilidade de construir novos conceitos a partir do diálogo entre alunos e destes com a professora e pesquisadora

Às vezes, temos a falsa ideia de que os alunos aprendem, ou seja, constroem novos conceitos somente agindo com os instrumentos, resolvendo situações-problema, sentados em suas carteiras sem conversar com os outros, sem promover a ação reflexiva e abstração dos conceitos. Em nosso dia a dia, em sala de aula, muitas vezes, esquecemo-nos que o papel da comunicação é essencial no processo de aprendizagem, especificamente na construção de conceitos, são atos simples que passam despercebidos no espaço escolar, mas que, muitas vezes, fazem a diferença na compreensão dos conceitos que estão sendo formulados.

Vergnaud (2009c), ao discutir o que é aprender nos pressupostos da TCC, afirma que não é possível falar de aprendizagem sem pensar e analisar a atividade em situação, ou seja, a atividade humana. Ele afirma que o gesto é um protótipo fundamental da atividade humana, considerando-o como um registro da atividade, ou seja, o movimento do corpo dos alunos, agindo nos instrumentos de conhecimento, também são indicadores de como eles estão estruturando seus esquemas de ação para a construção de conceitos. Mesmo que parcial, nas palavras do autor,

a atividade gestual contém muitas operações de pensamento, notadamente em termos de representação dos objetos materiais, de suas propriedades, relações e transformações, igualmente das relações entre as propriedades dos gestos e as propriedades dos objetos” (VERGNAUD, 2009, p. 19).

No entanto, o referido autor nos chama a atenção para o fato de que há outro registro da atividade que também é essencial no processo de aprendizagem, o da palavra, do discurso, do diálogo, pois na comunicação expressa verbalmente também podem aparecer muitos indícios do pensamento das crianças no momento em que se encontram em situação de atividade. Tal fato motivou-nos a levar em consideração na investigação essas diferentes dimensões do registro da atividade matemática das crianças no contexto da medida e da grandeza.

Uma conversa entre professor e alunos, alunos e alunos, ou seja, entre os pares, pode vir a contribuir para que identifiquemos os conceitos espontâneos dos alunos, como também para o avanço no processo de aprendizagem. É o que veremos agora, numa conversa que a professora estabeleceu com os alunos antes de propor a construção do metro. A professora fez uma retrospectiva das atividades que os alunos já haviam desenvolvido no decorrer do ano e que se referiam a grandezas de comprimento e suas medidas. Abaixo vemos o trecho de uma gravação de vídeo que reproduz o que aconteceu no dia 8 de junho de 2010.

PROFESSORA: Pessoal, olha só, desde o começo do ano a gente tem conversado sobre medir, tem falado das formas que a gente tem, a gente pode usar pra medir os instrumentos. A Cília contou a história dos reis do gado e das frutas.

PROFESSORA: Alguém sabe me dizer o que é 1 milímetro?

SAMUEL: Mil pedacinhos.

GABRIELA: Um metro dividido em 1.000.

MOISÉS: São os pauzinhos que separam os números. (degravação, vídeos 1 e 2, 13:50 min., 8/6/2010).

Nessa conversa percebe-se que os alunos, cada um com uma percepção diferente, ou seja, com diferentes significados, já trazem certo conceito associado à noção de número e do que vem a ser o milímetro. O aluno Samuel e a aluna Gabriela já compreendem que o milímetro está dentro do metro, ou seja, é uma parte do metro, que é o metro dividido em 1.000 pedacinhos. Porém, o aluno Moisés diz que o “milímetros são os pauzinhos que separam os números”.

Talvez ele não saiba ainda o que são 1.000 “pauzinhos”, percebemos que ele vê o milímetro como os pontos e não como os intervalos, mas podemos inferir que, pelo fato de ele dizer “que separam os números”, ele já compreende que o metro é constituído por unidades menores. Isso aponta que o esquema de pensamento do aluno, ao elaborar tal conceito, é provisório, e sua formação requer um movimento de permanente reelaboração.

Nessa situação os alunos já têm capacidade de responder à pergunta “quantas vezes?”, o que no leva a crer que já têm noção de que medir é comparar, ou seja, já são capazes de dizer um número que expresse o resultado da comparação com a unidade, como nos propõe Caraça (2010).

Tais evidências apresentadas pelas crianças estão de acordo com Vergnaud (2009c, p. 29), ou seja, um conceito pode ser representado por um conjunto de situações, invariantes operatórios e das representações e o pesquisador que quer compreender o desenvolvimento e aprendizagem é levado a tomar por objeto de estudo um conjunto de situações e um conjunto de conceitos, ou seja, um campo conceitual.

Sendo assim, vejamos mais um pedaço da conversa, em que a professora tenta, por meio do diálogo, uma intervenção com o aluno Moisés, pedindo que ele peguem a fita métrica na caixa matemática:

PROFESSORA: Tenta achar 1mm na sua fita métrica.

GUILLE: É bem pequenininho!

PROFESSORA: Conta aí, quantos mm tem dentro de 1 cm.

GUILLE: Dez!

MOISÉS: Não! Cinco!

GUILLE: É dez!

MOISÉS: Cinco!

GUILLE: É dez! Esse grande que fica no meio é cinco! O grande que fica no meio é metade!

JOSÉ: Dez!

PROFESSORA: Dez! Então, oh! 1cm é igual a 10mm. (degravação, vídeos 1 e 2, 13:50 min., 8/6/2010).

Imagem 2 – Alunos procuram mm na fita métrica



Depois dessa conversa, a professora vai até o quadro e escreve que 1 cm é igual a 10 mm ($1 \text{ cm} = 10 \text{ mm}$), o que revela, segundo Brousseau (2008), que ela sintetiza e institucionaliza o conhecimento a ser construído. O aluno Moisés, mesmo assim, continua pensando que os mm são os pauzinhos que separam os números, pois o aluno afirma que 1 cm tem cinco milímetros ao ser desafiado a procurá-lo na fita métrica. Moisés somente considera os pauzinhos pequenos, pois responde que 1 cm tem apenas 5 mm, enquanto o colega Guille faz a intervenção mostrando que o risco que fica no meio é a metade do centímetro.

Imagem 3 – Procurando mm na fita métrica



Desse modo, podemos confirmar, apoiados em Vergnaud (2009c), que, para a formação de conceitos, tanto o diálogo como a manipulação de instrumentos contribui para a construção de novos conceitos. O exemplo que acabamos de mostrar foi um indicador do processo de conceitualização. No espaço escolar, não podemos proporcionar aos alunos apenas tarefas com terminologias prontas. Vimos

que foi preciso recorrer ao instrumento, objeto cultural inserido no contexto da sala de aula via caixa matemática, para que os alunos pudessem procurar o mm e perceber que ele estava contido dentro do metro, e que sua função, além de separar os números, era também de constituir o metro, como já foi dito. Esse fato nos remete ao 7º princípio, que se encontra em nosso referencial teórico e trata da importância de se utilizar a manipulação de material concreto ao propor situações de medidas, sejam elas arbitrárias ou não.

Outra conversa interessante nos leva a crer que os alunos, a partir do momento em que a professora estabelece um diálogo com eles, expõem seus conceitos espontâneos e passam a refletir sobre eles, construindo assim outros conceitos. É importante sabermos que, antes dessa conversa, os alunos foram desafiados a dividir uma tira de papel contendo 1 m de comprimento, sem estar numerada, em 10 partes iguais, vejamos:

PROFESSORA: A intenção foi dividir o metro em?

ALUNOS: Dez pedaços!!!

PROFESSORA: Eu queria que vocês me respondessem como será que é nome de um pedaço desses. Como será que é o nome de 1m dividido em 10 pedaços? O que é isso?

GABRIELA: Centímetros? Medidas em pedaços???

MOISES: Medida quadrada?

GABRIELA: Milímetro?

JOANA: Centímetro?

PROFESSORA: O nome CEN... tímetro lembra o quê?

MOISES: Cem?

PROFESSORA: Cem o que?

MOISES: 100 cm.

GABRIELA: É, o metro. (degravação, vídeos 19 e 40, 40:00 min., 12/5/2010 e 18/5/2010).

Imagem 4 – Dividindo tira de papel em dez partes iguais



Percebemos, nesse diálogo, que os alunos ainda não têm o conhecimento de que o nome que damos à décima parte do metro é o decímetro. Eles vão respondendo de acordo com o que vem no pensamento, mas as ideias são em nível intuitivo, o que aparece em suas respostas acaba coincidindo com expressões que de fato se relacionam com a grandeza comprimento e suas medidas, como, por exemplo, centímetro, milímetro e medida quadrada. Com isso, já demonstram saber que em 1 metro tem 100 centímetros, mas não chegam ao decímetro, ou seja, à terminologia, mas o conceito já estava em processo. Para que cheguem a dizer que, dividindo 1 metro em 10 partes, cada parte é o decímetro, a professora não desiste e continua fazendo perguntas:

PROFESSORA: E o metro dividido em 10 pedaços é o que?

BETO: Dez centímetros.

PROFESSORA: Se eu dividir o metro em 100 pedacinhos, o que eu tenho?

ALUNOS: Centímetros!!!

PROFESSORA: Se eu dividir em 10 pedacinhos, eu tenho?

GUILLE: São os metros quadrados.

PROFESSORA: Milímetro vocês me disseram que é o metro dividido em 1.000 pedacinhos. E em 10 pedaços é?

ARTHUR: É, hum, de...cí...metro?

PROFESSORA: meus parabéns Arthur, cada pedaço desse recebe o nome de DECÍMETRO [escreveu no quadro a palavra decímetro]. (degravação, vídeo 19 e 40, 40:00 min., 12/5/2010 e 18/5/2010).

A professora vai perguntando e, no entanto, não atenta para se as respostas dos alunos tinham certa lógica. Percebe-se que ela estava mais preocupada em ouvir dos alunos a palavra decímetro, ou seja, que dissessem a nomenclatura. De fato, no processo de aprendizagem e ensino, temos que ter clareza que conceito é diferente de definição. Enquanto o conceito é uma construção própria, singular do sujeito que aprende, definição é uma terminologia que encontramos nos livros e dicionários socialmente negociada e validada.

Nesse diálogo, fica claro que o aluno Beto, ao responder que o metro dividido em 10 pedaços é 10 cm, já está nos dizendo que é o decímetro, o que nos faz pensar que ele sabe que 1 m é igual a 100 cm, logo, a décima parte é 10 cm. O aluno tinha todo esse conhecimento, no entanto, não sabia que o nome dado a essa parte do metro é decímetro.

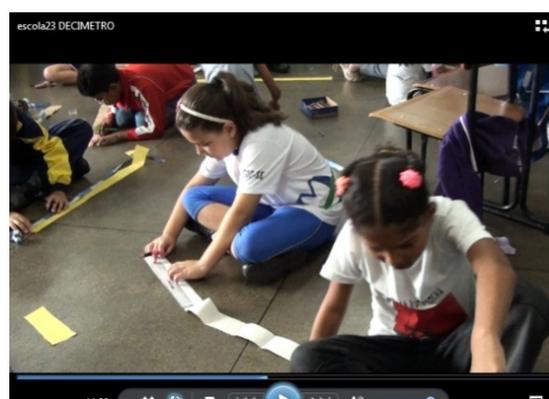
Por isso, podemos dizer que nosso papel é justamente esse, dar informações a nossos alunos, pois não temos – e eles tampouco – uma bola de cristal que nos diga o nome das coisas, não somos adivinhos. Todavia, o que foi importante é que,

apesar de a professora não ter percebido que o aluno havia sinalizado que 10 cm se referiam ao decímetro, ela continuou indagando aos alunos sem dar de imediato a resposta, e isso é bom, pois além de eles colocarem para fora seus conceitos espontâneos, eles passam a refletir sobre esses conceitos e acrescentar novas informações aos seus conhecimentos.

O fato de a professora fazer uma relação com o centímetro e o milímetro levou o aluno Arthur a também fazer a mesma relação e dizer o que a professora queria ouvir: decímetro. O que nos deixa tranquilos nesse processo é que os alunos, depois desse diálogo, tiveram a oportunidade de manipular várias vezes os instrumentos de medidas, tanto os não padronizados como os padronizados.

No entanto, é importante estarmos atentos para o fato de que a ação sobre os instrumentos de medida adotados culturalmente não pode estar vinculada apenas ao processo pedagógico. É fundamental também que os alunos possam trazer suas experiências, opinar, sugerir, refletir e agir. Temos que ter consciência de que as grandezas fazem parte do seu cotidiano, alguma noção do que é medir eles já trazem para a sala de aula, contudo temos que ter o cuidado de não atrelar a aprendizagem desse tema apenas à construção do número, a aprendizagem deste é apenas uma consequência no processo de construção dos conceitos referentes à grandeza comprimento e suas medidas.

Imagens 5 e 6 – Alunos descobrindo o decímetro utilizando fita métrica



Diante do exposto, podemos dizer que a comunicação no processo de aprender-ensinar grandezas e medidas é essencial para que o aluno possa refletir sobre suas ações e abstrações e para que a professora esteja atenta para identificar o que o aluno já sabe e o que ele ainda precisa saber. Temos que ter clareza que a

construção de conceito não é imediata e tampouco em blocos, mas, sim, realizada de forma cíclica, por meio de reelaborações e de maneira parcial, como nos sugere Muniz (2009). Sendo assim, é importante refletirmos sobre o papel do professor como organizador do espaço de matematização, o que também está em acordo com a perspectiva epistemológica de Vergnaud (2009c) na compreensão do complexo processo de conceitualização.

Imagem 7 – Aluno utilizando o metro dividido em decímetros para medir coisas na sala



E por falar no papel do professor, outro indicador que nos ajudou a construir mais uma categoria foi justamente a importância da intervenção no processo de aprendizagem para a formação de conceitos de grandezas e medidas, tanto a intervenção do professor com os alunos como a intervenção dos alunos entre si. Os dois são capazes de realizar intervenções significativas para o avanço no processo de construção de conceitos de grandezas e medidas.

7.1.3 Intervenção pedagógica – Atos necessários para a construção de conceitos de grandezas e medidas: comprimento, massa e capacidade

CONTEXTO:

Construção do metro – Os alunos recebem metade de uma cartolina para transformá-la em 1 m e marcar os decímetros, centímetros e milímetros utilizando a fita métrica. A professora combinou com os alunos que utilizassem cores para marcar os submúltiplos do metro: decímetro – vermelho; centímetro – verde; milímetro – azul. Por um tempo, os alunos ficam sem saber o que fazer, pois a cartolina não tinha 1 m de comprimento. Eles medem a cartolina, giram de um lado e de outro, até que chegam à conclusão de que deverão cortá-la ao meio e colar para obter uma tira. Depois, constata-

que a tira é maior que 1 m, então, a maioria mede com a fita 1 m, cortam o pedaço que sobra e começam a marcar os decímetros. Mas três alunas procedem de maneira diferente. Duas, que estão trabalhando juntas, cortam a cartolina em quatro pedaços e em cada pedaço escrevem 1 metro. A outra corta a cartolina no meio cola as metades, mas a divide em vários pedacinhos e começa a colá-los. Pergunto à aluna o que está fazendo e ela me responde que fez errado e que vai colar os pedacinhos. Então, pergunto o que são esses pedacinhos e a aluna não sabe dizer. Posso inferir que são os decímetros, pois, em outra tarefa, os alunos foram desafiados a dividir uma tira de papel com 1 m de comprimento em dez partes iguais – os decímetros. Diante dessa situação, foi necessário realizar a intervenção com as três alunas. A professora realizou com as duas alunas que dividiram a cartolina em quatro pedaços, e a pesquisadora com a aluna que dividiu em vários pedacinhos.

Diante dos desafios, os alunos revelam-se capazes de encontrar soluções diversas para os problemas encontrados. Nem sempre as soluções encontradas são aquelas ditas corretas. Às vezes, foi necessário que a professora fizesse a intervenção, porém é importante termos consciência que o erro é um dos indicadores de como a criança está pensando e estruturando seus esquemas de ações.

Então, duas alunas ao serem desafiadas a construir o metro com um pedaço de cartolina, nos mostraram a seguinte situação: elas dividiram a cartolina em quatro partes e, em cada parte, escreveram 1 m, como foi relatado no contexto. Uma das alunas foi comunicar à professora que já havia terminado. Vejamos, na seção a seguir, a conversa estabelecida entre as alunas e a professora e como se sucedeu a intervenção feita pela professora. Vamos discutir três pontos, os quais achamos interessantes no diálogo, tentando fazer uma articulação entre eles.

7.1.3.1 *Aqui tem 1 metro?*

PROFESSORA: Cadê? Deu tudo 1 m? Isso é 1 m? Aqui tem 1 m? Olha para mim, presta atenção! Eu pedi assim, ó! Pega essa cartolina e faz 1 m dela, se faltar, você tem que emendar e se sobrar você tem que cortar. Aqui tem 1 m? Me explica isso! Não entendi! Quanto tem aqui?

CINDI: A gente fez assim...

PROFESSORA: A pergunta que eu fiz é outra! Isso aqui tem 1 m?

CINDI : Tem!

[A professora pega outra cartolina, corta ao meio, cola e pergunta].

PROFESSORA: Onde que tá 1 m aqui? Cindi, 1 m tem 100 cm. Não é isso?

Cadê o 100 cm aqui? Bete, quantos centímetros tem a cartolina?

PESQUISADORA: Bete pega a fita e mede.

BETE: Setenta e três centímetros.

PROFESSORA: Setenta e três centímetros é a mesma coisa que 1 m?

BETE: Não!

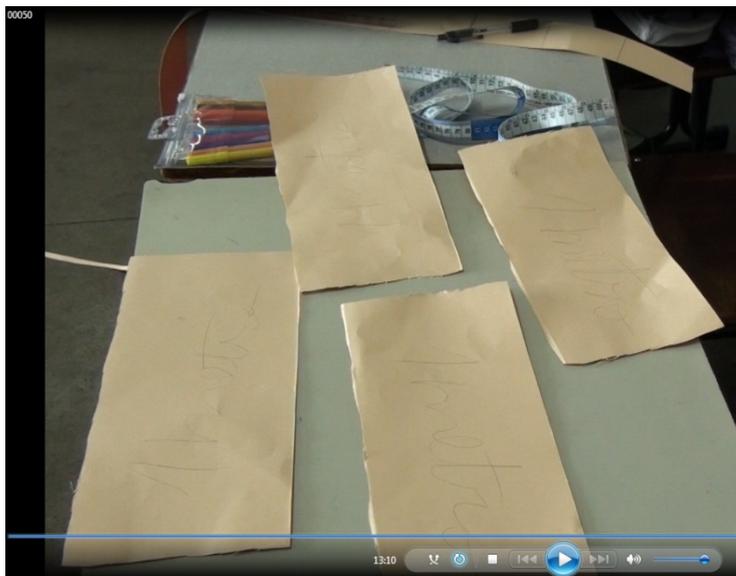
PROFESSORA: Tá faltando centímetro ou tá sobrando para 1m?

CINDI : Sobrando!

BETE: Faltando!

PROFESSORA: Faltando. Você vai construir o metro como? Se aqui só tem 73 cm, como você vai fazer o metro? (degravação, vídeo 49, 16:18 min., 8/6/2010).

Imagem 8 – Alunas dividiram a cartolina em quatro pedaços e escreveram 1 metro em cada parte



Nesse ponto, percebemos que a professora já chega fazendo a intervenção dando para as alunas a informação de que 1 m tem 100 cm. Ela não espera que as alunas expliquem porque dividiram a cartolina em quatro pedaços e escreveram 1 m em cada um.

Imagem 9 – Professora realizando intervenção



Segundo Vergnaud (2009, p. 14), a análise da atividade em situação é um meio essencial para compreender os processos de aprendizagem, por mais delicada e difícil que ela seja. Ele diz que essa análise passa notadamente pela análise dos erros, das hesitações e dos desfuncionamentos, assim como pela identificação das diferentes etapas pelas quais se constrói uma nova forma de organização da atividade.

Ao dar a informação de imediato, a professora perde a oportunidade de realizar a análise da atividade em situação e compreender os esquemas de ação que as duas alunas utilizaram para construir o metro, pois alguma lógica na estrutura do pensamento deveria estar implícita na atividade que as duas alunas haviam acabado de realizar. Vergnaud (2009c, p. 21) diz que o esquema não organiza somente a conduta observável, mas também o pensamento subjacente.

Imagem 10 – Alunas buscando outros esquemas de ação



Não podemos deixar de considerar que o pensamento também é oportunista, ou seja, a criança quando se depara com uma situação que à vezes não tenha compreendido bem o que fazer ou, se não sabe o que fazer, acaba inventando um modo de solucionar o problema, independentemente de estar correto ou não. O próprio Vergnaud nos chama a atenção para que não podemos compreender o pensamento presente na atividade humana se não percebemos o duplo caráter sistemático e oportunista nela.

A atividade das duas crianças levou-as a estruturarem esquemas que dessem conta de encontrar uma solução para o problema. Só que, para obterem êxito, faltaram algumas informações que, naquele momento, as alunas não possuíam. Por isso, não podemos condenar totalmente a ação da professora dando a informação de que 1 m tem 100 cm. Mais uma vez, aparece a importância do diálogo no processo de aprendizagem, e o papel do mediador nesse processo, no caso, a professora, pois, a partir do momento em que esta deu a informação, a atividade das alunas passou a ser outra, como veremos no próximo diálogo.

7.1.3.2 Marcando de 10 em 10 para encontrar 1 metro

[Professora se ausenta para atender outro aluno e, quando volta, Cindi está com a fita métrica esticada na cartolina marcando com o lápis].

PROFESSORA: O que você está fazendo? Me explica.

CINDI: Formando o metro. Marcando de 10 em 10.

PROFESSORA: Por que de 10 em 10? Me mostra onde tem 1 m Bete.

[Bete pega a fita e mostra].

PROFESSORA: Isso! Então tem que marcar no 100 e cortar o que está sobrando. (degravação, vídeo 49, 16:18 min., 8/6/2010).

Notamos que, depois que a professora informa às alunas que 1 m tem 100 cm, elas passam a agir de forma totalmente diferente da mostrada antes. Dessa forma, podemos dizer que, na nova situação, elas mudam totalmente suas regras de ação, pois agora elas já possuem uma nova informação, a qual é relevante na construção do metro. Elas passam a agir em cima do enunciado adquirido, por isso, passam a marcar na cartolina de 10 em 10. Essa ação das alunas demonstra que havia um conhecimento implícito importante aqui revelado, mesmo porque, antes dessa construção, os alunos foram desafiados a realizar várias tarefas e uma delas foi dividir 1 m em 10 partes iguais.

Imagem 11 – Alunas utilizam a fita métrica e marcam a cartolina de 10 em 10



Todavia, novamente, a professora não espera a aluna explicar porque está marcando de 10 em 10. Isso é uma falha, pois deixa de considerar os esquemas da aluna, seu raciocínio, enfim, perde novamente a oportunidade de conhecer a forma como a criança estrutura seu pensamento para construir certos conceitos. Talvez a professora tenha agido dessa forma por ansiedade de querer que as alunas façam corretamente ou por falta de conhecimento. O que nos parece é que a professora tem a consciência de que é importante realizar a intervenção, mas, nesse caso, não

está sabendo utilizar uma forma adequada, o que não é uma tarefa fácil para ninguém saber quando, quanto e como fazer as mediações pedagógicas e intervenções. Será que existe essa forma adequada? Segundo Vergnaud (2009c, p. 33), os atos de mediação do outro podem ser descritos e categorizados à luz da análise do conceito de esquema dado anteriormente. No caso observado, as alunas dão indícios de como estavam organizando a atividade em situação. Enquanto, de um lado, tínhamos a professora com o conhecimento científico, do outro, tínhamos duas alunas colocando em prática o conhecimento que estavam adquirindo a partir das informações dadas pela professora.

As duas alunas passam a agir, então, de acordo com as instruções da professora. É o que veremos na situação que se seguiu.

7.1.3.3 Onde fica o 100 na fita métrica?

[Professora se ausenta de novo. Nesse momento, a pesquisadora faz a intervenção, pois elas haviam marcado primeiro no 101 cm, depois no 99 cm e depois no 99,5 cm].

PESQUISADORA: Um metro tem quantos centímetros, Bete? Me mostra na fita métrica.

PESQUISADORA: Bete, mostra os 100 cm.

PESQUISADORA: Isso! Agora marca o seu metro.

PESQUISADORA: As alunas marcam e cortam o pedaço que sobrou. A professora chegou e deu continuidade.

PROFESSORA: Agora vocês vão marcar o decímetro, o centímetro e o milímetro. Vocês vão fazer igual a essa fita métrica.

[A professora teve que fazer a intervenção até o metro ficar pronto, pois as alunas não conseguiam realizar a tarefa sozinhas. Depois de pronto, as alunas vieram me mostrar o metro.]. (degravação, vídeo 49, 16:18 min., 8/6/2010).

Na ausência da professora, a pesquisadora que observava a ação das alunas dá continuidade à conversa e à intervenção. Mesmo com a informação de que 1 m tem 100 cm, as alunas ainda se mostraram confusas em marcar os 100 na cartolina, pois chegam a marcar 101 cm, 99 cm e 99,5 cm. A questão é: onde fica o número 100 na fita? O que nos leva a inferir que a tarefa requer outras habilidades não levadas em consideração quando a professora foca em apenas um aspecto da atividade, que é, por natureza complexa, identificar os intervalos numa reta numérica.

Imagem 12 - Onde fica o número 100 na fita métrica?¹⁵



A pesquisadora quis se certificar se a aluna tinha consciência de que 1 m tinha 100 cm, por isso, faz a pergunta à aluna. Porém, assim como a professora, a pesquisadora não pergunta porque elas haviam marcado no 101, no 99 e no 99,5 cm. Uma vez mais, ficamos sem conhecer os esquemas de ação das alunas. No entanto, não podemos perder de vista que o profissional que está em sala de aula nem sempre tem consciência desses atos falhos, mas que uma pesquisa ensina tanto o professor como o pesquisador a fazer diferente. O importante é que ambos possam fazer o exercício de unir a teoria com a prática, que não é tarefa das mais fáceis, mas também não é impossível.

Imagem 13 – Aluna mostra o metro construído depois da intervenção da professora e da pesquisadora



¹⁵ Fonte: < <http://versosvip.blogspot.com/2010/03/fita-metrica-do-amor.html>>.

O fato de a professora pedir que as alunas marquem o decímetro, o centímetro e o milímetro leva-nos a pensar que a medida está presa ao SLM, no entanto, vamos recordar que o objetivo da tarefa era construir o metro. A professora já havia combinado com os alunos que eles deveriam dividir o metro em decímetros, centímetros e milímetros, e que cada um seria representado por uma cor. Isso demonstra a importância de um contrato didático estabelecido entre o professor e os alunos no processo de aprendizagem; no entanto, a professora não espera a reação das alunas e já dá o comando do que elas terão que fazer. Assim, ficamos sem saber se as alunas teriam essa iniciativa ou não de marcar os submúltiplos do metro conforme combinado.

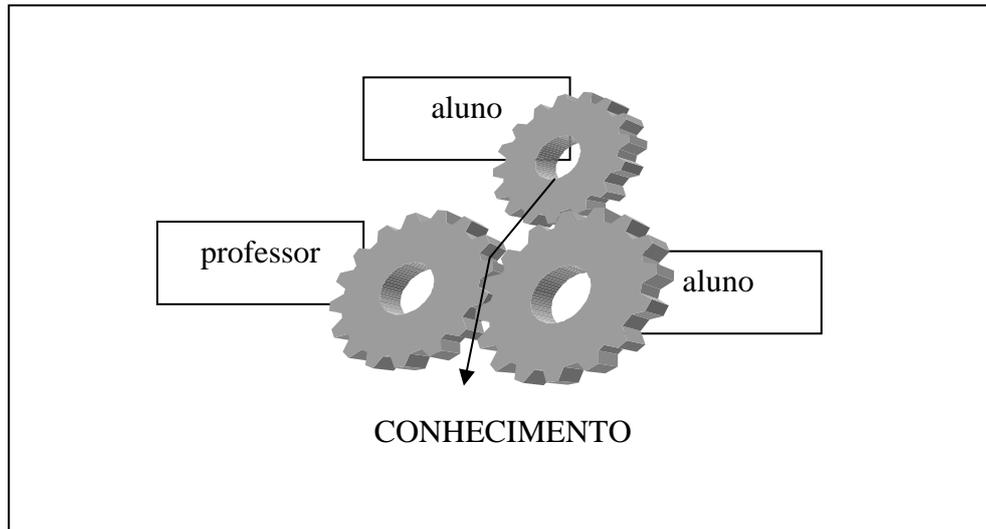
7.1.3.4. Intervenção também acontece entre os próprios alunos

Fala-se muito da intervenção do professor no espaço da sala de aula, porém esquecemos que entre os alunos também há a intervenção e, às vezes, não nos atentamos para tal fato.

É nesse sentido que defendemos a ideia de colocar a aprendizagem à frente do ensino por dois motivos, primeiro, porque o professor, para ensinar, deveria passar por um processo anterior de aprendizagem, e, segundo, porque, no momento de ensinar, esse processo continua existindo, pois o aluno também ensina muita coisa para o professor, por exemplo, como está estruturando seus esquemas de ações, enfim, como age diante das situações-problema que lhe são propostas para que o professor possa saber o momento apropriado e realizar as intervenções.

Como vemos, é um movimento cíclico, podemos até parafrasear Descartes: “se eu aprendo logo ensino, se eu ensino logo aprendo”. Penso que é possível representar o que estamos dizendo com o seguinte esquema (figura 4):

Figura 3 – Esquema que representa intervenção no processo aprendizagem-ensino



Foi nesse movimento que presenciamos uma intervenção interessante do aluno Guille com o aluno Beto. Nesse dia, eles estavam fazendo bandeirinhas para enfeitar a sala de aula, porque era Copa do Mundo e a festa junina já estava se aproximando. Antes, cabe registrar que presenciamos vários momentos de intervenções entre os próprios alunos, mas esse nos chamou mais atenção pelas estratégias que o aluno Guille utilizou com seu colega:

CONTEXTO:

Fazendo bandeirinhas – Estávamos no auge da Copa do Mundo e a festa Junina estava se aproximando. As crianças estavam eufóricas e envolvidas, pois a sala de leitura havia desenvolvido um projeto relacionado ao tema, e a festa Junina acompanharia também o mesmo tema – Copa do Mundo. Toda a escola estava envolvida: alunos fazendo pesquisas, enfeitando as salas e a escola. Foi nesse turbilhão que a professora sugeriu que os alunos fizessem bandeirinhas nas cores da bandeira do Brasil para enfeitar a sala de aula. O interessante é que ela não levou um modelo pronto. Pediu que cada aluno fizesse a sua bandeirinha e depois realizaram uma votação para ver qual bandeirinha iriam usar como modelo. E assim aconteceu, escolheram dois modelos diferentes e, após a votação, decidiram que o tamanho deveria ser o mesmo que o colega fez, pois queriam todas as bandeirinhas padronizadas. Então, as bandeirinhas tiveram a seguinte medida: 11,5 cm de largura por 19 cm de altura.

Imagem 14 – Escolha de uma bandeirinha feita pelos alunos para servir como modelo



E foi nessa medida que o aluno Beto teve dificuldade para fazer sua bandeirinha; ele fez um retângulo de 11,5 cm X 16 cm e, para fazer as pontas, queria marcar o meio, quando se deparou com um grande desafio: ele não sabia a metade de 11,5 cm, não conseguia encontrar na régua, pois todo número que ele marcava não ficava no centro. Foi aí que seu colega Guille começou a mostrar para ele como ele podia encontrar a metade de 11,5 cm – o interessante é que Guille não dava a resposta para Beto, vejamos o diálogo:

GUILLE: Qual é a metade de 11, Beto?

BETO: Metade de 11,5 é 7.

[Soma 7 mais 7].

BETO: Quatorze. Seis mais seis: 12.

GUILLE: Tia, posso dar uma dica?

PESQUISADORA: Pode!

GUILLE: Beto, ó! Calma aí, ó! A metade de 12 é seis, a metade de 10 é...?

BETO: Cinco.

GUILLE: Antão, o que que tem aqui no meio? Ó, a metade de 10 é cinco e a metade de 12 é 6, o que que tem aqui no meio?

BETO: Seis e meio!!? A metade de 11 não é seis e meio?

GUILLE: Beto olha bem aqui (mostra na régua), a metade de 12, a metade de 12 é 6, e a metade de 10 é 5, o que que tem aqui no meio Beto? Ó! *Cinco mais um, ó! Cinco mais um.* [mostrando na régua].

BETO: Ah! Cinco e meio.

[Eu faço a pergunta para ver se Beto havia chegado mesmo no cinco e meio, só que Guille responde primeiro].

PESQUISADORA: Cinco e meio é a metade de quem?

GUILLE: *Pera aí, cinco mais cinco: 10. E meio mais meio... É a metade de 11.*

BETO: É, cinco e meio! (degravação, vídeo 5, 16:20 min., 15/6/2010).

Imagem 15 – Aluno Guille realiza intervenção com o colega Beto



Nota-se que o aluno Guille utiliza uma estratégia interessante para explicar ao seu colega qual é a metade de 11,5 cm. Primeiro, ele só faz a metade da parte inteira, que é o 11, e, para encontrar a sua metade, ele usa como referência o seu antecessor e sucessor, ou seja, o 10 e o 12. Depois ele pede que o colega diga qual é a metade de 10 e 12, pois, se a metade de 10 é cinco e a metade de 12 é seis, ele tenta mostrar ao colega que a metade de 11 é o que está entre essas duas metades: 5 e 6. Percebemos o quanto a lógica de raciocínio do aluno Guille é interessante. Eu mesma, penso que não teria agido dessa forma, pois, para mostrar a metade de 11, ele chega ao intervalo que há entre a metade do antecessor e do sucessor do número; ele utiliza a reta numérica, a régua para mostrar para o colega onde se encontra a metade e assim ele consegue com que o colega perceba que a metade de 11 é cinco e meio. Porém, falta o meio, porque, na verdade, ele tinha que encontrar a metade de 11,5 cm, mas a intervenção não terminou por aqui, vejamos o que acontece:

GUILLE: Pera aí, lembrei de uma coisa, cinco e meio mais dois e meio dá quanto?

BETO: Sete!

GUILLE: Não, Beto, zera tudo. Ó! Olha, vou fazer desses dois e meio aqui ó! [Referia-se a 0,25, que é a metade de 0,5 – ou seja, a metade do meio dos 11,5 cm].

GUILLE: Ó! Aqui tem dois dedos [mostra para Beto os dedos indicador e médio]. Um inteiro, se você corta aqui fica metade, metade. Agora eu tenho cinco e meio e junto tudo de novo quanto eu tenho?

BETO: Sete!

GUILLE: Sete mais meio?

PESQUISADORA: Só que é sete e meio milímetro, não é?

GUILLE: Isso! Cinco, vírgula, sete e meio!

BETO: Ah! (degravação, vídeo 5, 16:20 min., 15/6/2010).

Outra intervenção fascinante é quando Guille, para explicar a metade de meio (0,5 mm), recorre às partes do seu corpo, os dedos. Ele pede que seu colega considere os dois dedos juntos como sendo 1 inteiro, só que o inteiro aqui se refere a meio milímetro, então, ele separa os dois dedos e diz que agora não temos mais o inteiro, mas, sim, a metade, meio para cada lado. Quando ele diz: “Ó! Olha vou fazer desses dois e meio aqui, ó!”, podemos pensar que o aluno está cometendo um erro, porque, na verdade, metade de meio é 0,25 e não 2,5. No entanto, podemos inferir que, como os alunos dessa escola já manipulam o dinheiro por causa da poupança coletiva, Guille já possui um conhecimento implícito de que metade de 5 é dois e meio ou 25 por causa das moedas de vinte e cinco centavos, pois a professora, no dia da coleta das moedas para o cofrinho da poupança, sempre os desafia a trocar moedas com várias situações-problema, e é muito comum aparecer as trocas de moedas de cinquenta centavos. Por isso, o aluno utilizou a expressão “dois e meio”, um erro conceitual de nomenclatura e de valor posicional, mas correto no raciocínio, pois, no final, ele diz cinco, vírgula, sete e meio, ou seja, ele sabia que a metade de meio era 0,25 só não sabia como expressar.

Imagens 16 e 17 – Aluno Guille utiliza o corpo (dedos) como instrumento para explicar ao colega Beto a metade de meio dos 11,5 cm



Essa situação demonstrou que, às vezes, uma intervenção feita de colega para colega pode dar mais resultado do que uma intervenção realizada pela professora, mas é necessário que tenhamos consciência de que as duas são essenciais nos processos de aprender-ensinar.

Guille com sua capacidade de encontrar estratégias, fascinou-nos com seu raciocínio lógico-matemático para encontrar as soluções nos desafios colocados e ainda ter sido capaz de explicar para seu colega de maneira clara e didática. Nas

atitudes de Guille, também notamos que ele agiu de maneiras diferentes ao explicar para o colega e ao responder ao questionamento da pesquisadora, mas, nas duas formas, chegava ao mesmo resultado. Ele revela seu pensamento em termos de conceito em ação uma vez que trata do meio como metade de 10. Vamos exemplificar por meio da fala os trechos em que aparecem primeiro ele explicando para o colega: “Beto, olha bem aqui [mostra na régua]. A metade de 12, a metade de 12 é 6, e a metade de 10 é 5. O que que tem aqui no meio, Beto? Ó! *Cinco mais um, ó! Cinco mais um.*” [mostrando na régua]; e, agora, ele respondendo à pergunta da pesquisadora: “*pera aí, cinco mais cinco, 10, e meio, mais meio... É a metade de 11*”.

Outro aspecto relevante que cabe ressaltar é que essa intervenção só foi possível porque a atividade do aluno Guille, de fato, traduziu-se em conceitos em ação e teoremas em ação, transformando-se, assim, em esquemas de pensamentos estruturados, o que demonstra que o aluno já possui conceitos importantes no que se refere às grandezas e medidas. Podemos dizer que um desses conceitos se refere à relação de ordem, pois o aluno consegue claramente enxergar a parte dentro do todo e, se ele é capaz de tal ato, também percebe que, para os todos os conjuntos contínuos, há a presença de um valor intermediário a ele pertencente. Então, o aluno é capaz de saber que medir é comparar, que necessitamos de uma unidade de medida e que devemos responder quantas vezes essa unidade cabe na grandeza a ser medida. Por fim, ele mostrou que é capaz de raciocinar tanto sobre as grandezas como sobre os números.

O ato de medir também foi um indicador importante para percebermos as estratégias que os alunos utilizam quando são desafiados a medir algo, proporcionando, assim, construções de conceitos relativas à grandeza comprimento, tal como discutiremos na seção que se segue.

7.1.4 Estratégias de medidas – As ações dos alunos quando são desafiados a medir as grandezas comprimento, massa e capacidade

Autores como Aleksandrov (1978); Brolezzi (1996) e Vergnaud (2009) defendem a ideia de que as quantidades discretas e contínuas são pares conceituais importantes no desenvolvimento do conceito do número. Assim, percebemos que, ao desafiar os alunos a medirem coisas na sala de aula que mediam mais do que 1 m; menos do que 1 m e igual a 1 m; grandezas como comprimento e largura, utilizando o cabo de PVC

sem numeração nenhuma, verificamos que, além de terem encontrado estratégias distintas para medir, os alunos também sentiram necessidade de quantificar, ou seja, atribuir um número para o tamanho da grandeza medida. Assim identificamos um teorema em ação segundo o qual, para medir, precisamos de números.

A tarefa que vamos relatar tinha como objetivo principal gerar um conflito na estrutura de pensamento dos alunos a fim de que eles sentissem a necessidade de medir os objetos utilizando um instrumento já padronizado, no caso, a fita métrica, a trena ou a régua. Mas, para nossa surpresa, isso não aconteceu, pois os alunos acabaram arrumando um jeito próprio de medir as coisas sem recorrer aos instrumentos padronizados. O que demonstra que os alunos mobilizam os conhecimentos já adquiridos na medida em que são provocados a atuar, falar, refletir a partir de uma determinada situação-problema.

Dessa forma, nas estratégias de medição, foi possível enxergar os recursos, as informações, os conhecimentos e, principalmente, os esquemas de ações que os alunos utilizaram quando desafiados a medir algo; ou seja, uma vez imersos nas ações de medir, os alunos foram capazes de desenvolver novas formas de atividade independentemente da ajuda ou não da professora e da pesquisadora.

Brousseau (2008, p. 22) afirma que a aprendizagem é alcançada pela adaptação do sujeito, que assimila o meio criado por essa situação, independentemente de qualquer intervenção do professor ao longo do processo. Para o autor, os conhecimentos se manifestam essencialmente como instrumentos de controle das situações. Vemos também certa semelhança nas ideias de Vergnaud (2209, p. 13,14), quando este diz que o indivíduo se adapta às situações e que é ao longo da experiência que um indivíduo, adulto ou criança, encontra a maior parte das situações às quais ele deve se adaptar, seja em uma experiência cotidiana ou uma experiência profissional. Pensamos que uma diferença entre a ideia desses autores está associada a dois conceitos, enquanto Brousseau (2008) fala do “meio” como os materiais utilizados, os problemas e até mesmo o outro (professor ou um colega), Vergnaud fala da “experiência” dita “cotidiana” da vida, seja na família e onde vive, na escola ou na vida profissional. Contudo, os dois visam ao mesmo objetivo de construção de conhecimento, ou seja, a novos conceitos que tornem a aprendizagem mais específica.

Dessa forma, quando uma criança se vê diante de uma situação, ela pode vir a se sentir desafiada e procurar encontrar alguma solução para o problema

proposto. O que irá influenciar essa resolução será a interação dela com o “meio” determinado e as “experiências” adquiridas ao longo de sua vivência com o mundo. É o que veremos a partir de agora: como os alunos agiram diante de uma determinada situação-problema para encontrar estratégias ante a necessidade de medir coisas menores, maiores ou igual a 1 m. Para compreender melhor o processo, julgamos importante contextualizar a situação:

CONTEXTO:

Na sala de aula, medir objetos maiores, menores ou igual a 1 m – Os alunos são desafiados a medir objetos na sala de aula que sejam maiores, menores ou igual a 1m. Eles foram divididos em grupo de quatro, e cada grupo recebeu um cano de PVC ou 1 cabo de vassoura com 1 m de comprimento, sem gradação. Os canos de PVC e os cabos de vassouras não possuíam números, os alunos tinham que medir e registrar a medida das coisas. O propósito era gerar conflito nos alunos e perceber como eles reagiriam diante de tal situação.

Com relação às estratégias de medidas, foram muitas as encontradas pelos alunos, no entanto, selecionamos duas por pensarmos que seriam as mais relevantes para responder a nosso objetivo, qual seja, descrever e analisar os processos de aprendizagem no campo das grandezas e medidas comprimento, massa e capacidade nos anos iniciais. As duas demonstram que os alunos em atividade encontraram soluções para as situações-problema relativas ao ato de medir.

Observem como o aluno agiu diante de uma situação-problema que, a princípio, para ele, parecia difícil, pois, por um momento, ele pensa em desistir, mas logo muda de ideia e dá continuidade a sua ação.

7.1.4.1 Estratégia A.4 – Medindo coisas maiores do que 1 metro

[Grupo composto por Cindi, Michele, Beto e Guille, que discutem o que cada um irá medir. Cindi e Michele irão medir coisas menores que 1 m; Guille, coisas maiores que 1m; e Beto, coisas igual a 1 m. Guille diz que vai medir a estante e, ao se aproximar desta, diz:]

GUILE: Ó, tia! Vou medir esse aqui. Pode? [“aqui” se refere ao armário que está ao lado da estante, que é menor que o cano de PVC, ou seja, que 1 m]

GUILE: Porque esse daqui tá grande!

PESQUISADORA: Por que você vai desistir?

GUILE: Porque tá muito grande, aí não dá para saber quanto vai dar. (degravação, vídeo n. 13, 09:14 min.; vídeo n. 14, 11:46 min. e vídeo n. 15, 17:58 min., 11/5/2010).

Imagem 18 – Aluno medindo altura da estante utilizando cano de PVC



Nota-se que, nessa tarefa, o desafio maior estava em medir coisas menores que 1 m, maiores que 1 m ou igual a 1 m, usando um instrumento que não tinha número nenhum, a única informação que o aluno possuía era que o cano de PVC media 1 m de comprimento.

Dessa forma, foi possível perceber que o aluno, ao se deparar com tal situação, encontra-se, a princípio, em situação de dificuldade, ele se vê diante de um desafio que, por um momento, parece impossível solucionar. Isso nos leva a crer que ele tenha se deparado com um obstáculo e não com um conflito cognitivo, como o esperado, pois a grandeza a ser medida era muito maior do que o instrumento que ele dispunha para medir a altura da estante.

O obstáculo poderia estar justamente na falta da existência de números no cano de PVC. Ao ouvir o aluno dizer “porque tá muito grande, *aí não dá para saber quanto vai dar*”, supomos que o aluno tenha se deparado com o obstáculo didático, pois, como medir uma coisa muito grande sem ter como referência o número? Como saber a altura da estante? É como se, nesse momento, estivessem faltando dados, e podemos até dizer que o meio utilizado estava incompleto.

Lembramos que, para Brousseau (2008, p. 21,22), uma situação é um modelo de interação do sujeito com o meio determinado, e o meio pode abranger as peças de um jogo, um desafio, um problema, inclusive um exercício, fichas etc.; então, entregar o cano de PVC sem número para o aluno gerou mais um obstáculo didático do que um conflito.

Segundo Brousseau (2008, p. 51), os obstáculos didáticos são aqueles que parecem depender das escolhas feitas no processo de ensino. Nesse caso específico, a escolha da professora e da pesquisadora foi gerar um conflito para que os alunos sentissem a necessidade de recorrer aos instrumentos padronizados como trena, fita métrica etc. No entanto, o “tiro saiu pela culatra”, pois a maioria dos alunos buscou um jeito de encontrar uma solução para o problema sem recorrer aos instrumentos padronizados e legais. É uma das características observáveis de um obstáculo, conforme Brousseau (2008, p. 49), é justamente que este se manifesta pelos erros, os quais, em um sujeito, estão unidos por uma fonte comum: uma maneira de conhecer; uma concepção característica, coerente, embora incorreta; um “conhecimento” anterior bem-sucedido na totalidade de um domínio de ações. Para o mesmo autor, é inútil ignorar um obstáculo: além de ele não desaparecer com a aprendizagem de um novo conhecimento, nem sempre se trata de conhecimentos falsos.

Essa reflexão nos leva a crer que o aluno tenha se deparado mais com um erro do que um conflito em si, pois o que o impedia a dar continuidade à sua ação de medir era o fato de a grandeza a ser medida – a altura da estante de livros – ser muito maior do que o instrumento utilizado para medi-la. Ao colocar o cano de PVC na estante, o aluno percebe que esta media muito mais do que o próprio cano de PVC, ou seja, era maior do que 1 m, visto que a estante ultrapassava o tamanho do cano muitas vezes. Uma vez que o cano não continha marcações, Guille pensou que não seria possível saber quanto a estante mediria, o que nos leva a inferir que ele já tem consciência que, de alguma forma, precisa quantificar a grandeza medida, ou seja, atribuir um número que corresponda ao tamanho da estante e, como, no momento, não dispunha desse número, pensou em desistir.

Segundo Vergnaud (2009, p. 145), tanto uma sequência numérica quanto um instrumento de medida, no momento em que vamos comparar grandezas discretas ou contínuas, servem como um “intermediário” no ato de contar e medir, assim, o autor afirma que a primeira atividade de mensuração é a atividade de contagem, a qual envolve tanto as quantidades discretas quanto as contínuas. Isso justifica a decisão tomada pelo aluno que, ao não encontrar esse intermediário, no caso, a sequência numérica, no momento em que vai medir a estante, pensa em desistir e passar para uma grandeza menor. Isso também poderia nos induzir a pensar que, para a grandeza menor, ele teria o mesmo problema. De fato, podemos dizer que sim, mas, talvez, para ele, fosse mais fácil utilizar sua estimativa perceptiva numa

grandeza menor, pois ele já tinha o conhecimento de que o cano de PVC media 1 m de comprimento e sabia também que 1 m era igual a 100 cm, uma vez que, em aulas anteriores, eles já haviam discutido isso. Agora vem a pergunta: será que ele saberia estimar um número maior do que 1 m?

Vamos ver qual estratégia o aluno Guille utilizou diante de tal situação observando mais um trecho do diálogo:

[Guille pensa e diz:]

GUILLE: Calma aí, tia!

[Guille encosta na estante e diz:]

GUILLE: Um metro e 30. Ah!!! 1 m e 30 e 1, 2, 3, 4, 5, ...15. 1 m e 45.

[O aluno considerou para essa contagem cada livro que estava empilhado na estante. O colega que estava perto procede da mesma forma que Guille, encosta no armário, considerando a largura de cada livro como sendo 1 cm e diz:]

BETO: Eu tenho 1 m e 43, eu acho!

GUILLE: Fica aí Beto. Um metro e 43, 44, 45. CERTINHO!!!

BETO: Mas aqui tem mais!

[Os dois ficam discutindo, e Guille diz:]

GUILLE: Vamos colocar 1 m e 30.

BETO: Vamos colocar de novo!

[Os dois colocam novamente o metro e começam a contar... chegam a 1m e 36.]

BETO: Tia, tá vendo isso aqui? Tem mais ou menos 2 centímetros, por isso eu fui contando 1 m e 6, 8, 10, 12,... 36. Um metro e 36. [Beto explicando como contou; considerando os furinhos que havia do lado da estante, estimou que cada furinho media 2 cm] (degravação, vídeo n. 13, 09:14 min.; vídeo n. 14, 11:46 min. e vídeo n. 15, 17:58 min., 11/5/2010).

Imagens 19 e 20 – Alunos Guille e Beto encostam na estante para compararem a sua altura com a da estante



O próprio aluno, com suas “experiências” anteriores, rapidamente encontrou um “meio” de solucionar o problema. Ele foi capaz de utilizar de sua estimativa perceptiva recorrendo a sua altura, uma vez que já possuía esse conhecimento. Além de ter utilizado sua altura como referência para medir a estante, ainda utilizou de outros indícios perceptivos, pois estimou que cada livro que havia na estante equivalia a 1 cm;

mesmo quando seu colega faz a interferência, ele mantém a mesma estratégia. E o colega acaba imitando a estratégia do amigo, só que, em vez de recorrer aos livros como unidade de medida, recorre aos buraquinhos que havia na lateral da estante, estimando que cada buraquinho equivalia a 2 cm – com certa lógica, pois os buraquinhos eram maiores do que o tamanho da espessura do livro deitado.

Imagem 21 – Beto considera que cada buraquinho da estante equivale a 2 cm



Essa atitude dos alunos nos mostra que, quando desafiamos as crianças e elas aceitam o problema como se fosse seu, uma vez que há significado para elas, elas acabam encontrando um jeito de chegar a alguma solução, seja ela correta ou não. O que importa é que os alunos se sintam sempre desafiados e possam estar sempre construindo novos conceitos, principalmente os que se referem às grandezas e medidas.

Como afirma Vigotsky (2000), os conceitos não são assimilados nem decorados pela criança, não são memorizados, mas surgem e se constituem de uma imensa tensão de toda a atividade do seu próprio pensamento. Tanto Brousseau (2008) como Vergnaud (2009c) comungam da mesma ideia do autor referido, o que também nos faz simpatizar com as ideias dos três e concordar literalmente com eles, pois foi o sujeito em atividade que nos mostrou essa fantástica estratégia de medir, sem medo de errar, agir e refletir sobre a ação de medir.

Para nossa surpresa, os alunos ainda nos mostraram conhecer socialmente a relação existente entre a medida e o número decimal no momento em que foram registrar a altura da estante no papel. Vejamos mais um trecho da conversa:

[Ao terminarem, eles vão registrar na folha. E comentam:]

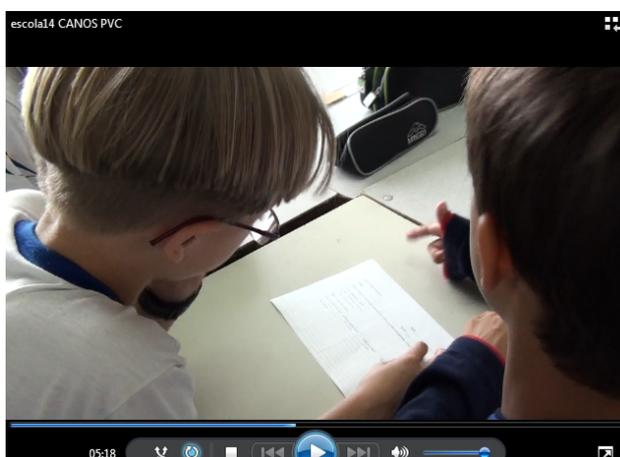
GUILLE: Vamos colocar 1 e 36.

BETO: Guille, anota 1 e 36. Você coloca 1 vírgula 36 (1,36). (degravação, vídeo n. 13, 09:14 min.; vídeo n. 14, 11:46 min. e vídeo n. 15, 17:58 min., 11/5/2010).

Os alunos estavam medindo a altura da estante, que correspondia a uma grandeza contínua. Segundo Vergnaud (2009, p. 151), para esse tipo de medida, não há um fim, ou seja, isso se deve ao fato de que, entre dois comprimentos sempre se pode encontrar um intermediário, o que nos leva necessariamente à introdução de uma nova categoria de números, os números decimais, ou números com “vírgula”.

O fato de o aluno dizer: “Você coloca 1 vírgula 36” nos mostra que ele, talvez por experiências anteriores, já sabe que a expressão “e” pode ser trocada pela “vírgula”. Ele já compreende as partes dentro de um todo e consegue separar a parte do todo, ou seja, já identifica o que é inteiro e o que é o pedaço do inteiro. Podemos dizer que esse conhecimento se deve ao fato de os alunos, especificamente deste estabelecimento de ensino, desde cedo, terem contato com atividades com números decimais ao manipularem o dinheiro, pois, desde os anos iniciais, a escola desenvolve um projeto chamado “poupança coletiva”.¹⁶

Imagem 22 – Guille e Beto discutem e escrevem a altura da estante



¹⁶ A “poupança coletiva” é um projeto desenvolvido pela escola em que aconteceu a pesquisa e que envolve todos os alunos, que aprendem, além de poupar, a manipular o dinheiro fazendo planos de como gastá-lo.

Vamos agora relatar outra estratégia de medida, que também aconteceu no mesmo contexto anterior.

7.1.4.2 Estratégia B.4 – Quantificando o metro

[Professora chama a pesquisadora para ver o que duas alunas estavam fazendo. Elas estavam medindo a comprimento do quadro (mais de 1 m). Então, elas colocaram o cano de PVC, marcaram o início e o fim da unidade de medida na horizontal e, no intervalo de um ponto ao outro escreveram sequencialmente os números de 1 a 44. (Aqui colocaram na horizontal para saber os números que iriam caber no intervalo de 1 m, não tinham a intenção de medir o comprimento, tanto que depois, na altura havia também os números.)]

PROFESSORA: O que vocês estão fazendo? Por que esses números?

BERENICE: Para ver até onde vai chegar.

PROFESSORA: Como assim?

BERENICE: A gente tá fazendo de 1 até... aqui pra ver até onde vai chegar os números.

PROFESSORA: Pra que que vai servir você saber onde vai chegar os números?

BABI: Não sei, a Berenice que mandou eu escrever.

PROFESSORA: Por que, Berenice, vocês estão colocando os números?

BERENICE: Não sei explicar, deu 44. (degravação, vídeo n. 13, 09:14 min.; vídeo n. 14, 11:46 min. e vídeo n. 15, 17:58 min., 11/5/2010).

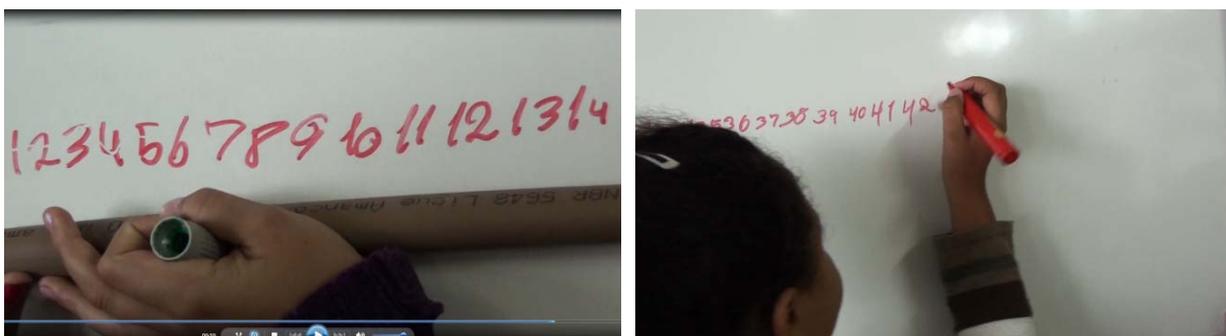
Imagem 23 – Alunas medindo comprimento do quadro



Para exemplificar, relatamos a ação de um grupo de alunos que mediam o comprimento do quadro, como já dissemos, utilizando o tubo de PVC, que media 1 m. O grupo foi colocando o tubo de PVC no quadro e marcando com o pincel de uma extremidade à outra, chegando à medida de 5 tubos e 1 pedaço do tubo que passava um pouco da metade. Eles tinham em mãos uma tabela para preencher o tamanho do quadro com o resultado. Então, começaram a discutir como iriam escrever, sem chegar a um consenso. Logo em seguida, duas alunas do grupo

pegaram novamente o tubo de PVC e colocaram no quadro, marcando com o pincel de uma ponta à outra, escrevendo números na ordem crescente dentro daquele espaço (escreveram de 1 a 46). A professora, que, no momento, observava, perguntou o que elas estavam fazendo, e as duas não souberam explicar o porquê de estarem fazendo aquilo.

Imagens 24 e 25 – Alunas escrevem no quadro números de 1 a 46 no espaço de uma extremidade a outra do cano de PVC



No entanto, podemos inferir que, diante do conflito de ter que escrever na tabela quanto media o quadro, e sabendo que necessitavam de números para medir algo, agiram dessa forma, o que nos leva a crer que a atitude das alunas estava associado aos conhecidos instrumentos de medir, que sempre apresentam a sequência numérica.

Nesse momento, a ação das alunas também pôde demonstrar que elas já possuíam um conceito prévio, segundo o qual, para medir algo, seria necessário quantificar, ou seja, numerar a grandeza que estava sendo medida. No entanto, as alunas não sabiam ainda que dentro do metro cabem 100 cm.

O papel da professora foi importante nesse momento, pois ela realizou a intervenção fazendo com que as alunas percebessem que dentro do metro cabem 100 cm. Ela utilizou como parâmetro a sua altura e a altura das alunas, pois esse era um conhecimento que compartilhavam.

Imagem 26 – Intervenção da professora com a aluna Babi



De acordo com Caraça (2010), para se medir, deve-se primeiro escolher a unidade a ser medida; segundo, estabelecer um padrão único de comparação para todas as grandezas da mesma espécie; e, por fim, responder à pergunta: quantas vezes? O que se faz dando um número que expresse o resultado da comparação com a unidade. Diante das afirmações do autor citado, podemos conferir, nos registros dos alunos, que, de fato, as ações de medir contribuem para a construção do número, inclusive do número decimal. No nosso contexto sociocultural apareceram os seguintes registros:

Quadro 8 – Registros dos alunos

ALUNO	REGISTRO DO ALUNO	COMENTÁRIOS
Andressa	1 m 35 cm (altura do armário)	Percebe-se que a aluna escreve o número exatamente como se fala e lê.
Bárbara	1,34 (altura do armário, não sabe ainda dizer o que significa o 34)	A aluna sabe da existência da vírgula, no entanto, não sabe ainda o seu real significado, que é separar a parte do inteiro.
Carlos	21 C (vinte e um centímetro para altura da cadeira) e 1,4 MC (um metro e 4 centímetros altura do armário)	O aluno sabe que tem de colocar após o número a unidade que define sua medida, no entanto, fica confuso se coloca a unidade maior ou menor e faz opção de colocar as duas, por isso fica metro centímetro para 1 metro e 4 centímetros.
Beto	1 ME:48 (um metro e quarenta e oito para a altura da estante)	O aluno separa o inteiro da parte, mas ainda não utiliza a vírgula. Em seu lugar coloca os dois pontos, o que nos leva a inferir que ele se remete aos números vistos no relógio digital, só que aqui ele coloca o ME para representar que é metro e não hora.

Outro grupo discutia como poderiam escrever a altura da professora, sendo que ela havia informado que media um metro e cinquenta e oito e meio. Então

apareceram as seguintes tentativas de escrita: Guille – 1 metro e 58,5; Andressa – 1 m 58 cm; Hugo – 1,58,30. Guille, vendo a diversidade de escritas, perguntou à professora como escrevia sua altura, e a professora acabou escrevendo no quadro assim: 1 m 58 cm e 5 mm ou 1 m 58 e meio. Em nosso entender, a professora perdeu a oportunidade de discutir com eles qual seria a melhor escrita. Além disso, não representa sua altura utilizando a vírgula, enquanto os alunos fazem uso da vírgula, ou seja, já ensaiam para a escrita dos números decimais, como também ensaiam a escrita das unidades de medidas: o metro e seus submúltiplos. Vejamos o quadro:

Quadro 9 – Registros dos alunos e da professora

ALUNO	REGISTRO	COMENTÁRIO
Guille	1 metro e 58,5	Este registro nos leva a crer que o aluno está em transição na sua escrita, pois aparece o nome da unidade e a vírgula. Ele demonstra ter conhecimento de que é necessário separar a parte do inteiro. Ao mesmo tempo que registra como fala, ao aparecer a palavra metro e o “e”, ele utiliza a vírgula para demonstrar que é necessário separar a parte do todo com o uso dela. Talvez, para ele, após a vírgula não possa aparecer mais de dois números, mesmo porque, falamos: um metro e cinquenta e oito e meio.
Andressa	1 m 58 cm	A aluna escreve como lê e fala e não inclui em sua escrita o meio. O que nos leva a pensar que ela não sabe o que representa esse meio.
Hugo	1,58,30	Aluno utiliza a vírgula, mas imita a fala e a leitura. E ainda confunde o meio com metade da hora e não como metade do centímetro, por isso coloca o 30.
Professora	1 m 58 cm e 5 mm ou 1 m 58 e meio	A professora não escreve no quadro a forma convencional, o que nos leva a inferir que poderia confundir ainda mais os alunos. Na primeira opção, ela escreve como se fala e lê, e, na segunda, imita a fala, suprime as unidades. Não aparece em nenhum dos registros o uso da vírgula.

Dessa maneira, confirmamos que o ato de medir, além de levar os alunos a encontrarem diversas estratégias interessantes, proporciona também a construção de vários conceitos, e um deles foi a construção do número decimal. Mesmo que a escrita não esteja totalmente correta em relação às formas social e cientificamente utilizadas, os alunos já demonstram compreender que existe o inteiro e uma parte desse inteiro, e que uma precisa ser separada da outra, quer seja pela letra “e” ou pela vírgula.

Segundo Vergnaud (2010, p. 129), as relações entre números apoiam-se em relações entre objetos, e a atividade de comparação entre objetos está na origem do desenvolvimento das noções de equivalência e de ordem, as quais são necessárias ao desenvolvimento da noção de número. Fazer comparações nas relações de

equivalência no conjunto dos contínuos é ser capaz de encontrar uma igualdade entre as grandezas; por sua vez, nas relações de ordem, traduz-se em encontrar a diferença de tamanho entre as grandezas. Enquanto nas relações de equivalência respondemos às questões “é tão grande quanto...”, “tem a mesma altura que...”, nas relações de ordem, respondemos “é maior que...”, “é menor que...”.

Assim, na seção que se segue, vamos discutir uma situação que se refere a uma relação de ordem, ao desafiarmos uma aluna a responder: o que é maior? Do chão até umbigo ou do umbigo até cabeça?

7.1.5 As relações de ordem no caso contínuo: um dos problemas da medida

7.1.5.1 O que é maior? Do chão até umbigo ou do umbigo até cabeça?

O que vamos relatar é mais uma situação que também ocorreu no mesmo contexto explicitado anteriormente – só para lembrar, os alunos tiveram que medir grandezas menores, maiores ou igual a 1 m. Em determinado momento, a professora chega perto de um grupo de alunos e pergunta:

PROFESSORA: A medida que vocês têm do chão até o umbigo é a mesma que do umbigo até a cabeça?
 MICHELE: É menor!
 GUILLE: Não! É maior.
 MICHELE: É maior! É maior!
 GUILLE: É maior tia! É maior!
 PROFESSORA: Até o umbigo tem mais de 1 m ou menos de 1 m?
 BETO: 81 cm. (degravação, vídeo n. 13, 09:14 min.; vídeo n. 14, 11:46 min. e vídeo n. 15, 17:58 min., 11/5/2010).

Nesse diálogo, percebemos que a aluna Michele responde que a altura do chão até o umbigo é menor, e, logo em seguida, diz que é maior, não porque tinha certeza, mas, sim, porque seu colega Guille afirma que é maior. O fato de a aluna mudar rapidamente de opinião nos leva a crer que esteja mais imitando o que o colega está dizendo do que refletindo sobre sua resposta. Vigotsky (1984, p. 136) diz que as crianças podem imitar uma série de ações que superam amplamente o limite de suas próprias capacidades; e, diante dessa afirmação, podemos confirmar o que estamos dizendo com relação à mudança de ideia da aluna.

Imagem 27 – Medindo comprimento do chão até umbigo



Dando continuidade ao diálogo, percebemos que a aluna, em sua percepção do que era maior que ou menor que, volta a sua concepção inicial, o que nos deixa por um bom tempo sem entender o porquê. Diante de tal situação, tivemos que assistir o vídeo por mais umas três vezes até podermos identificar porque a aluna afirmava que do umbigo até a cabeça era maior do que do chão até o umbigo, quando o certo é o contrário. Para compreendermos, vamos ao diálogo:

PROFESSORA: Agora vamos medir. Até aqui. Até o umbigo tem mais de 1 m ou menos que 1 m?

MICHELE: Menos que 1 m.

PROFESSORA: E do umbigo até a cabeça?

MICHELE: Tem mais de 1 m.

PROFESSORA: É maior ou menor?

MICHELE: É maior.

PROFESSORA: O que que é maior?

MICHELE: Do umbigo até a cabeça.

[A aluna fica olhando para o final do metro e afirma que maior.]

PROFESSORA: É maior?

GUILLE: Não é não! Não é maior não, Michele!

[A professora segura o cano de PVC com as mãos. Uma mão marca a altura do umbigo até a cabeça e a outra marca a altura do chão até o umbigo.]

PROFESSORA: Michele, quanto é que deu da cabeça até o umbigo? Aqui na minha mão. Põe as mãozinhas. Aí! Põe a outra mão lá (espaço umbigo-cabeça), agora põe a mão aqui (espaço chão-umbigo). Você fez mais força? Abriu mais o braço?

MICHELE: Abri, não, abri, abri.

PROFESSORA: É mais alto? Então, é mais comprido? Daqui até aqui do que daqui até aqui?

MICHELE: Não!

[A professora coloca novamente o cano de PVC no aluno Guille.]

PROFESSORA: Olha só! Presta atenção! Do umbigo até o chão.

GUILLE: Olha o pedacinho que falta aqui.

[A professora tem que se ausentar para chamar a atenção de outros alunos. Nesse momento, a aluna Michele conversa com Guille, e os dois comparam a altura dos seus umbigos encostando barriga com barriga.]

PROFESSORA: Ó! Daqui, ó! O que tem mais?

[A professora estava segurando o cano de PVC com as duas mãos, uma marca do chão até o umbigo e outra do umbigo até a cabeça, mas Michele não enxerga um intervalo dentro do outro.]

MICHELE: Esse.

BETO: Não! Do umbigo até a cabeça.

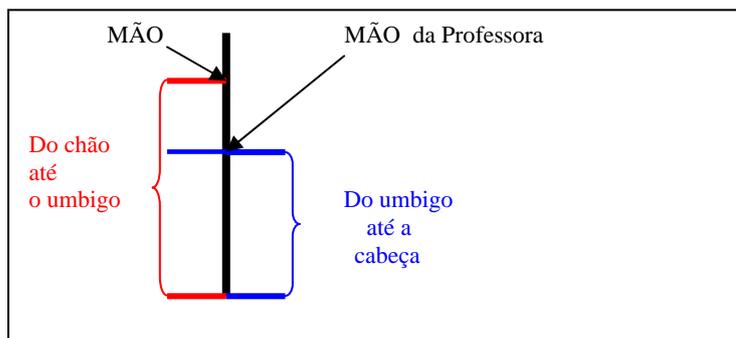
GUILLE: Não! Não é o maior. Esse é o maior.

MICHELE: Esse é o maior, e esse é o menor.

PROFESSORA: Ah! Agora a atividade vai ser assim... ó! Prestem atenção! Agora que a gente já experimentou, na verdade, eu queria que vocês tivessem noção do que que é 1 m, da quantidade que é 1 m, do tanto que é 1 m. Porque agora nós vamos observar coisas aqui na sala que tem menos que 1 m, mais que 1 m e igual a 1 m. Podem começar... (degravação, vídeo n. 13, 09:14 min.; vídeo n. 14, 11:46 min. e vídeo n. 15, 17:58 min., 11/5/2010).

Para entendermos o raciocínio da aluna Michele será necessário que façamos um desenho do que realmente está acontecendo para que ela continue afirmando que a distância do umbigo até a cabeça é maior do que do chão até o umbigo:

Figura 4 – O que é maior? Do chão até o umbigo ou do umbigo até a cabeça?



Observando o desenho é importante relatarmos que a professora segurava o cano de PVC da seguinte maneira: com uma mão, ela marcava o fim da altura do chão até o umbigo e com a outra o fim da altura do umbigo até a cabeça, como está na foto abaixo:

Imagens 28 e 29 – Professora e alunos discutindo qual intervalo era maior



Compreender o que estava pensando a aluna ao dizer que a altura do chão até o umbigo era menor do que do umbigo até a cabeça nos faz recorrer a Vergnaud (2009b, p. 129-130) com suas discussões da relação de ordem: o problema do contínuo. O autor afirma que nas relações de ordem, no caso contínuo, sempre nos referimos à expressão “é maior que”, alertando-nos, ainda, para o fato de que as alturas, por formarem um conjunto contínuo, no qual, para dois tamanhos “a” e “b”, sendo um próximo do outro, sempre se pode encontrar um intermediário “c” que estará separado de “a” por um intervalo ainda menor, mas que o mesmo não acontece para os conjuntos discretos, pois, para estes, os processos são outros (os quais não cabe citarmos aqui por estarmos tratando dos conjuntos contínuos). O autor diz que os riscos de erro na comparação das alturas são tais que tanto se pode decidir pela igualdade quanto pela desigualdade e, reciprocamente, talvez, por isso o engano da aluna Michele em não perceber certa desigualdade. Ela, ao comparar as duas alturas, do modo como a professora segurava os canos de PVC, não conseguia enxergar a relação parte-todo, ou melhor, dizendo o tamanho do umbigo até a cabeça, dentro do tamanho do chão até o umbigo. Michele via os dois separados um do outro, apenas parte por parte, como mostramos no desenho anterior.

Enquanto isso, a professora e os colegas enxergavam a parte dentro do todo. Na realidade, ela teria apenas que realizar uma simples comparação entre as duas alturas, e esse feito remete ao que Vergnaud (2009b) diz com respeito à relação de ordem do contínuo, que não é uma tarefa assim tão fácil para uma criança perceber, pois aparece a questão do intermediário entre uma altura e outra. Foi o que aconteceu com a Michele; ela foi incapaz de perceber o intermediário na relação das duas grandezas, pois é justamente esse intermediário que nos permite comparar duas grandezas quaisquer que sejam elas, sem isso, não poderíamos dizer o que é menor ou o que é maior que.

Com relação ao pensamento da Michele, podemos dizer que, ao analisar seu raciocínio, ao olhar para o cano de PVC, ela não estava comparando as duas alturas, apesar do desafio ser esse. Ela olhava apenas para as mãos da professora, comparando os intervalos que enxergava, não podemos afirmar que estava totalmente errada ao dizer que a altura maior era a do umbigo até a cabeça. A aluna não fazia mais relação com o corpo para perceber essa diferença, pois ela

enxergava o maior, e o menor para ela era o pedaço que sobrava da altura do chão até o umbigo, conforme a professora mostrava no cano de PVC.

Quando Vergnaud (2009b, p. 129) fala do problema do contínuo na relação de ordem, no caso, “o que é maior”, ficou claro que, para uma situação como essa, não basta perguntar o que é maior ou o que é menor. Outros conceitos estão imbricados como o de proporção, a quantidade de vezes que a unidade menor cabe no maior, etc. Seria interessante se, nessa situação, professora e pesquisadora tivessem percebido de imediato como a aluna estava pensando e tivessem proposto uma nova estratégia de intervenção, mas, infelizmente, isso não ocorreu. Foi um fato que passou despercebido nos procedimentos, por isso, não fez parte das discussões e reflexões no espaço da coordenação pedagógica. Também não vamos exagerar e colocar uma culpa em ambas por essa falta de percepção, na verdade, esse fato foi muito sutil e é factível que se cometam falhas no momento da intervenção, por isso, defendemos o quão é importante uma formação em serviço. O lado bom é que estamos podendo discutir aqui e, quem sabe, para um futuro, possamos estar mais atentas aos fatos complexos que ocorrem no contexto da mediação pedagógica.

Por fim, acredito que, ao analisar as informações produzidas na grandeza comprimento, atingimos nosso objetivo, que foi descrever e analisar a formação de conceitos no campo da grandeza comprimento.

A complexidade que aparece em situações na medida da grandeza comprimento, a nosso ver, enquanto professora e pesquisadora, é mais simples de enxergar. Por exemplo, ao comparar o tamanho de um armário com uma estante, as grandezas tanto de comprimento como de largura são visivelmente reveladas. Todavia, não podemos dizer o mesmo para a complexidade que surge em situações na medida da grandeza massa, uma vez que a comparação entre o mais leve ou o mais pesado não é totalmente visível, para tal é necessário utilizar das unidades de medida. Dessa forma, na seção a seguir, que se refere à grandeza massa, vamos perceber como a utilização das unidades de medidas pode implicar no contexto pedagógico e como é que se dá a intervenção nesse caso.

7.2 Grandeza massa

Com a grandeza massa, os procedimentos não foram diferentes dos adotados em relação à grandeza comprimento. Continuamos discutindo nas coordenações

pedagógicas, montamos as orientações pedagógicas e propusemos em sala de aula várias tarefas interessantes. Assim como a grandeza comprimento, também iniciamos o processo a partir das percepções dos alunos, de seus conhecimentos prévios, propondo tarefas que iniciaram com as medidas arbitrárias até chegar às medidas padrão, conforme os princípios mostrados no referencial teórico.

Nossa intenção foi analisar os processos de aprendizagem gerados no campo da grandeza e medida massa. A dinâmica da sala de aula permaneceu a mesma, a professora continuou sempre desafiando os alunos enquanto estes buscavam resolver as situações-problema com dinamismo e entusiasmo, como veremos nos protocolos a seguir.

A professora buscou desenvolver o projeto “Arte na Sala”; por se tratar da grandeza massa, ela teria a possibilidade de realizar com os alunos e a família receitas diversas, tais como sais de banho, bolinho da Vovó do Felpo Filva, rosquinhas de São João e *cookies*. Além das receitas, foram feitas outras tarefas com a grandeza massa envolvendo o uso de diversos tipos de balança: de prato, digital e analógica.

Vimos anteriormente que, de acordo com as respostas dos alunos sobre “o que é medir”, eles não se referiam à grandeza massa, o que nos levou a crer que tinham pouca experiência com essa grandeza, o que se confirma em alguns momentos quando os alunos estavam mais eufóricos diante dos materiais utilizados do que de fato concentrados nas tarefas propostas.

Dessa forma, ao analisar as informações dessa grandeza, estivemos atentos aos modos de como os alunos se comportaram ao serem desafiados a realizar as tarefas que se referiram às ações de medir a massa. Percebemos de imediato que havia uma confusão conceitual entre as expressões peso e massa no discurso da professora, da pesquisadora e dos alunos, o que é normal, pois, culturalmente, não usamos em nosso dia a dia a expressão: “vou medir minha massa” ou “vou me massar”; utilizamos com mais frequência a expressão “vou me pesar”.

Para analisar as informações, da mesma maneira que procedemos com a grandeza comprimento, utilizamos gravações de áudio e vídeo, algumas vezes recorrendo também ao diário de campo.

É importante salientar que algumas categorias coincidem com as da grandeza comprimento, tais como:

- 1) percepção – o ponto de partida para a construção dos conceitos da grandeza e medida massa;
- 2) comunicação – a possibilidade de construir novos conceitos a partir do diálogo entre alunos e destes com a professora e a pesquisadora;
- 3) intervenção pedagógica – atos necessários para a construção de conceitos das grandezas e medidas comprimento, massa e capacidade;
- 4) estratégias de medidas – as ações dos alunos quando são desafiados a medir grandezas comprimento, massa e capacidade; e
- 5) senso de justiça na construção de conceitos da grandeza massa.

Durante a análise das informações da grandeza massa, percebemos que, algumas vezes, os alunos demonstraram euforia na realização das tarefas, principalmente quando levamos as balanças de prato. Pensamos que tal reação tenha se dado pelo fato de os alunos normalmente terem pouco contato com esse tipo de instrumento, motivo pelo qual mostravam-se mais preocupados em brincar e experimentar as balanças do que de fato se concentrarem na tarefa em si. Mesmo assim, foi possível identificar muitas informações interessantes.

Vamos, então, começar pela categoria percepção, ou seja, tentarei mostrar como será que os alunos reagem diante de uma tarefa em que são desafiados a sentir a massa dos objetos sem saber do que se trata.

7.2.1 Percepção como ponto de partida para a construção dos conceitos da grandeza e medida massa

Nesta seção, vamos abordar como os alunos reagiram ao serem desafiados a realizar tarefas que se relacionavam com a percepção da massa. Para facilitar a análise das informações e sua compreensão, teremos que dividir esta seção em três subseções, assim intituladas: *i)* Do mais leve ao mais pesado: a lógica do pensamento por trás de uma sequência numérica; *ii)* O corpo como balança para descobrir o que é mais leve ou mais pesado; e *iii)* Imaginação: um recurso utilizado para sentir a percepção da massa.

7.2.1.1 Do mais leve ao mais pesado: a lógica do pensamento por trás de uma sequência numérica

CONTEXTO:

Percepção da massa dos objetos – A tarefa consistiu em sentir a massa das embalagens com objetos em seu interior sem saber o que havia dentro. A professora e a pesquisadora pegaram diversos objetos com massas diferentes [na linguagem popular, com pesos diferentes] e embalaram com papel pardo para que os alunos não pudessem identificar o objeto e julgar seu peso. Os objetos foram numerados de 1 a 5. A tarefa foi realizada em três etapas: *i*) os alunos apenas olhavam, sem tocar os objetos, e anotavam a sequência numérica do mais leve para o mais pesado; *ii*) os alunos pegavam os objetos um a um com apenas uma mão e anotavam na folha a sequência numérica do mais leve para o mais pesado; e *iii*) os alunos pegavam os objetos com as duas mãos e anotavam na folha a sequência numérica do mais leve para o mais pesado.

É uma tarefa simples que, em princípio, pensamos que não iria causar motivação nenhuma nos alunos, principalmente por estarem no 4^o ano, ou seja, porque poderiam achar a atividade muito infantil para a idade deles. No entanto, nos deparamos com situações interessantes com relação à percepção que os alunos têm acerca do que seja sentir e medir a massa de um material, pois a tarefa, naquele momento, foi significativa e motivou bastante os alunos a passarem por uma experiência diferente.

Vejamos o que aconteceu ao serem desafiados a escrever uma sequência numérica dos objetos mais leves aos mais pesados somente olhando, sem tocá-los.

PROFESSORA: João, qual foi sua sequência?

JOÃO: É... tem um monte que eu fiz.

PROFESSORA: Não! Não existe. Fez três! João olha pra cá, qual é o mais leve pra você? O que você acha que pesa menos?

JOÃO: Acho que é o 4 ou o 5, tô em dúvida. Porque o 5 pode ser uma caixa sem nada e 4 pode ser uma coisa pequena.

GABRIELA: Ó, tia, ele disse que é o 4, deve ser uma caixa de batom, vai que os outros só têm caixinha, aí o 4 fica mais pesado.

PROFESSORA: Então, entre esses, o que você acha?

JOÃO: É minha vez? Deixa eu colocar: 4, 5, 3, 2, 1.

PROFESSORA: Qual é a lógica dessa sequência? Não entendi?

GABRIELA: Não precisa ter lógica, é o que ele acha.

PROFESSORA: Olha, só não entendi muito bem, acho que vocês não entenderam.

GABRIELA: Tia, não precisa ter lógica a gente coloca o que acha.

PROFESSORA: Gabriela qual é a sua sequência?

GABRIELA: 1, 4, 5, 3, 2.

PROFESSORA: Por quê?

GABRIELA: Porque o 1 pode ser um batom.

[Alunos pensam que a caixa grande não tem nada.] (degravação, vídeo n. 32, 16:21 min, 21/6/2010)

Imagem 30 – Conversa da professora com o aluno João sobre sua sequência numérica



O que nos chamou a atenção nessa conversa foi que a professora queria que o aluno João explicasse a ela qual era a lógica da sua sequência numérica, e a aluna Gabriela contesta dizendo: “não precisa ter lógica, é o que ele acha”. Mesmo assim, a professora continua insistindo, e a aluna Gabriela responde: “Tia, não precisa ter lógica a gente coloca o que acha”. A aluna tinha toda razão em sua resposta, pois dizer qual é o mais leve ou o mais pesado somente olhando os objetos, sem tocá-los, foi mais uma percepção intuitiva.

É claro que não podemos descartar que, de alguma maneira, nessa situação, existe uma lógica por trás do pensamento desses dois alunos, mas o que ocorre é que, em alguns momentos, eles não conseguem explicitá-la, pois suas ações de escolha sobre o que é mais leve ou mais pesado estão implícitas no seu pensamento. Mesmo a aluna dizendo que não precisa de uma lógica para montar a sequência do mais leve ao mais pesado, ela demonstra que, ao estruturar seu pensamento, utilizou certa lógica de raciocínio ao dizer: “Ó, tia, ele disse que é o 4, deve ser uma caixa de batom, vai que os outros só têm caixinha, aí o 4 fica mais pesado”.

Imagem 31 – Alunos pensando na sequência numérica



Poderíamos pensar que dizer qual é o mais leve ou o mais pesado somente olhando para os objetos passa apenas por uma dedução de pensamento; no entanto, para realizar tal dedução, os alunos necessitam estabelecer alguns critérios de escolha, bem como estratégias, mesmo porque, eles não sabiam o que realmente tinha dentro das embalagens. Na verdade é nossa capacidade de intuir e perceber o que nos rodeia que nos permite fazer inferências e deduções a partir de experiências prévias com os objetos presentes na atividade. Para tal, necessitamos estruturar nossos esquemas de pensamento e, inconscientemente, também acionamos nosso raciocínio lógico. Contudo, em determinado momento, quando somos desafiados a dizer como pensamos tal coisa, vemo-nos impelidos a dizer: “não sei explicar, fiz assim e pronto”. Para elucidar o que estamos dizendo, recorreremos à afirmação de Vergnaud (2009b), segundo o qual, o pensamento também é uma atividade em ação, por isso, quando o aluno disse que estava em dúvida entre o 4 e o 5 para dizer qual era o mais leve, mostra-nos que suas estruturas mentais estavam em plena atividade.

7.2.1.2 O corpo como balança para descobrir o que é mais leve ou mais pesado

Quando os alunos tiveram que escrever as outras duas sequências numéricas, primeiro segurando com uma das mãos e, depois, com as duas, não foi possível registrar nenhum diálogo; porém, percebemos que eles seguravam os objetos com as mãos e “balançavam” um objeto em cada mão, demonstrando que, para perceber a massa dos objetos, os alunos agem tal como uma balança tradicional de dois

pratos, com a diferença que, no lugar desta, temos o corpo utilizado como instrumento de comparação.

Imagem 32 – Aluno segurando as embalagens para descobrir qual era a mais pesada



Esse movimento realizado por eles nos leva a crer que a criança realiza os mesmos movimentos realizados pelos povos antigos antes de construírem os instrumentos de medidas. Por isso, podemos inferir que a aprendizagem mobilizada na construção de conceitos sobre a grandeza massa percorre o mesmo caminho histórico construído pela humanidade. É claro que existem outras ações utilizadas pelo homem para chegar a medir a grandeza massa; no entanto, é perceptível e nos chamou a atenção neste estudo, a atitude de o aluno segurar os objetos com as mãos e começar a balançá-los, propiciando-lhe uma melhor apreensão da massa do corpo. Esse exemplo confirma que iniciar o processo de construção de conceitos sobre a grandeza massa passa também pela percepção corporal, pois nossos sentidos acionam nossos esquemas mentais para dizer que o mais pesado ou o mais leve é tal objeto, daí a importância desse tipo de tarefa em sala de aula. É fato que, desde muito cedo, a criança começa a passar por essas experiências quando são desafiadas a pegar ou carregar algum objeto, no entanto, espera-se que, no espaço escolar, essas sensações relacionadas ao que seja mais leve, mais pesado ou que pese igual, ou seja, de comparação para tomada de decisão, sejam refletidas e possam ser discutidas e transformadas em conceitos científicos como nos propõe Vigotsky (2000).

7.2.1.3 Imaginação: um recurso utilizado para sentir a percepção da massa

Outra situação ocorrida em sala de aula e que cabe discutimos aqui, também relacionada à percepção, deu-se quando os alunos fizeram sais de banho para presentear as suas mães. Vamos ao contexto:

CONTEXTO:

Os alunos e a professora fizeram sais de banho para presentear às mães. As cadeiras estavam dispostas em círculo para os alunos se sentarem e, no centro da sala, foi montado um grupo, no qual estavam dispostos os materiais e instrumentos que foram utilizados: sal grosso, essência, corante, balança digital, balança analógica com um prato, balança para medir pequenas quantidades, funis, bacias e colher. A professora explicou que tinha pouco tempo para realizar a atividade, por isso, precisava que aproveitassem bastante ouvindo os colegas. Também diz que vão trabalhar com produtos químicos: sal, essência e corantes. Antes de dar início, a professora mantém com os alunos uma conversa informal sobre o sal – de onde vem, para que serve etc. A professora instigou os alunos com perguntas, e foram surgindo vários comentários – que o sal vem do mar, que está dissolvido na água, que tem que deixar secar etc. Depois dessa conversa, a professora, a pedido da aluna, passou o saco contendo 1 kg de sal de mão em mão.

Neste diálogo, recortamos algumas falas, pois, mais tarde, quando formos abordar a categoria conceitos espontâneos, vamos abordá-lo fazendo uso desses outros trechos.

PROFESSORA: Vocês vão passar de mão em mão o sal e vocês vão sentir assim, ó! O que é isso aqui que eu tô sentindo?

ALEX: O peso.

PROFESSORA: Quero que vocês sintam com uma das mãos, com as duas mãos. Sintam o peso. E quero que vocês também observem que quantidade de sal tem aqui. Se está escrito em algum lugar.

ALUNOS: 1 Kg

ALUNOS: não é prá falar!!!

PROFESSORA: Olha só! Eu queria ver com vocês assim, ó! Sentiu o peso? [alguns dizem não, outros dizem sim!]

PROFESSORA: Aqui diz que tem 1 kg, vocês sentiram o que é um quilo.

[Professora segura 1 kg de sal numa mão e na outra 2 kg e pergunta:]

PROFESSORA: Onde está o peso maior?

[Depois, pega 1kg de sal numa mão e um funil de plástico na outra e repete a mesma pergunta. Passa para as mãos do aluno Guille e faz a pergunta novamente. Pede que os alunos passem de mão em mão o pacote de sal.

Enquanto Guille e Michele estão segurando o quilo de sal, e sentido sua massa, Carlos, que está ao lado, sem segurar sal algum, faz movimentos com as mãos como se fossem de balança, ou seja, como se de fato ele estivesse com o pacote de sal nas mãos.] (ver imagem 33) (degravação, vídeo n. 1, 16:30 min., 5/4/2010)

Imagem 33 – Aluno simula estar segurando o quilo de sal para perceber sua massa



Aqui os alunos sabiam o objeto que estavam pegando, o sal, mas, mesmo assim, repetiam os mesmos movimentos da tarefa anterior; ao segurarem o quilo de sal, faziam o movimento de balançar.

Mas, enfim, o que queremos mostrar é a atitude do aluno Carlos, que, mesmo sem estar segurando o pacote de sal, realiza os mesmos movimentos de uma balança, como se estivesse com o quilo de sal em suas mãos. Essa ação do aluno nos leva a crer que a percepção da massa de um corpo também passa pela imaginação, o que confirma nossa capacidade de inferir e trazer de nossas lembranças e vivências anteriores se tal objeto é leve ou não.

Percebe-se que, mesmo na ausência do pacote de sal em suas mãos, o aluno foi capaz de entrar em atividade e, por um momento, imaginar qual seria sua massa, o que demonstra a capacidade que nossos esquemas mentais têm de transformar a imaginação em movimento. Nesse caso, a imaginação está ligada à sensação de estar com o quilo de sal nas mãos e ser capaz de imaginar sua massa sem, de fato, estar segurando tal objeto.

Quando vemos um sorvete cheio de calda de chocolate, isso nos dá água na boca, não é verdade? Somos capazes de experienciar sensações diversas somente em nossa imaginação, sem estar vivendo o momento presente, como, por exemplo, sentir sabor de um alimento que gostamos muito, sentir cheiro da infância, sentir presença de lugares etc. É certo que essas sensações não acontecem com todos, mas deveriam acontecer, por isso que, na sala de aula, torna-se importante

desenvolvermos tais percepções, pois, nem sempre, no espaço social em que a criança convive, é-lhe oportunizado vivenciar certas experiências.

O próprio ato do aluno Carlos mostrou-nos que, para ele, essa experiência de sentir a massa dos objetos é uma ação realizada em seus contextos extraclasse. Temos que ter consciência de que o espaço escolar não é o lugar só do desenvolvimento cognitivo, nossas estratégias didáticas e pedagógicas também têm que proporcionar situações que contribuam para o desenvolvimento social, emocional, afetivo etc.

Imagem 34 – Alunos percebendo a massa do quilo de sal



Por fim, o importante é que a criança tenha oportunidade de passar por essas experiências, seja em casa, seja na escola. O que vale é que, a partir dessas experiências, ela possa construir novos conceitos no que se refere à grandeza massa. Assim como abordamos na grandeza comprimento, em que, além de saber identificar o que é maior ou menor, também é preciso saber dizer quantas vezes o menor cabe no maior, para a grandeza massa, não pode ser diferente.

Para além de saber se tal objeto é mais leve, mais pesado ou tem massa igual a outro, também é importante para o aluno que lhe seja dada a oportunidade de construir outros conceitos, pois, quando estamos tratando das grandezas e suas medidas, além das comparações da unidade com a grandeza a ser medida, da seleção de unidade de medida e da expressão numérica da comparação, temos também o conceito de proporcionalidade. Conforme Vergnaud (2009b, p. 28), essa aprendizagem requer a identificação e, eventualmente, a explicitação verbal ou simbólica de uma variedade de conceitos importantíssimos para a compreensão da

diversidade de situações de proporcionalidade simples entre grandezas contínuas e/ou quantidades discretas, bem como de proporcionalidade dupla ou múltipla.

Por isso, cremos na importância de propor tarefas que passem primeiro pela percepção dos alunos para, só depois, chegar à padronização do sistema legal de medidas. Brousseau (2008, p. 25) diz que a sucessão de situações de ação constitui o processo pelo qual o aluno vai aprender um método de resolução do problema. Quanto mais a criança é desafiada a entrar em atividade, mais ela desenvolve estratégias para encontrar soluções que a ajudem a construir mais e mais novos conceitos no que se refere às grandezas e suas medidas – em nosso caso, comprimento, massa e capacidade.

Na seção que se segue, abordaremos os conceitos espontâneos, mostrando como, a partir de determinadas situações – por exemplo, uma conversa –, esses conceitos podem ser transformados em novos conceitos durante a aprendizagem da grandeza massa.

7.2.2 Comunicação – A possibilidade de construir novos conceitos a partir do diálogo entre alunos e destes com a professora e pesquisadora

Na grandeza comprimento, identificamos algumas possibilidades para a construção de novos conceitos a partir da conversa entre alunos e professora. Agora, veremos que, ao desenvolver algumas tarefas com a grandeza massa, foi possível também identificar a construção de novos conceitos a partir do diálogo entre os participantes do processo.

Vamos iniciar pela produção dos sais de banho, tal como contextualizado na seção anterior, por isso, não vamos mostrar novamente o quadro da contextualização, e, sim, somente os diálogos, os quais serão divididos em sete diálogos. Vejamos:

7.2.2.1 Diálogo A 2.1 – Os múltiplos e submúltiplos do grama

[Depois que os alunos sentiram a massa do quilo de sal, a professora o colocou na balança digital, que mediu 1quilo e 15 gramas.]

PROFESSORA: Um quilo e 15 o quê?

MICHELE: Um quilo e 15.

ALEX: Tia, é um quilograma! É um quilograma!

GUILLE: É um quilo

ALEX: É!!! É a mesma que quilograma.
 HUGO: Não é! O quilograma tem grama.
 ALUNOS: Gramas!!!
 ALEX: Viu, eu falei que quando tem grama é quilograma.
 HENRIQUE: Um kg e 15 minutos.
 SAMUEL: É 1 kg e 15 minutos.
 PROFESSORA: Um quilo e 15 minutos? Por que tá dando 1 kg e 15?
 (degravação, vídeo n. 1, 16:30 min., 5/4/2010).

Nesse diálogo, percebemos que a professora pergunta aos alunos sem dar a resposta, e eles arriscam a resposta de várias maneiras, sem medo de errar. Houve até àqueles que responderam 1 quilo e 15 minutos referindo-se a horas e não ao submúltiplo do quilograma. O fato de os alunos dizerem 15 minutos nos leva a inferir que eles realizam uma relação com a grandeza hora por não terem conhecimento, nesse momento, que o submúltiplo do quilo se chama grama. Porém, leva-nos a crer também que eles saibam se tratar de uma unidade menor que o quilo, tanto assim que, ao longo do processo, não percebemos mais o uso dos minutos para se referirem às gramas do quilograma.

Imagem 35 – Aluno conferindo na balança a massa do quilo de sal



O aluno Alex, por sua vez, tem consciência de que quilo se relaciona com quilograma, ou seja, se tem quilo, tem quilograma, e vice-versa, o que nos leva a acreditar que esse aluno concebe o grama como sendo uma parte do quilo. A princípio, poderíamos pensar que Alex fazia uma relação apenas semântica, mas, no decorrer das tarefas, nossas observações em sala de aula nos fizeram crer que o aluno começava a compreender o grama como uma unidade menor do que o quilograma.

É fato que, para se medir qualquer grandeza, passamos por alguns esquemas de ação. Primeiro, realizamos uma comparação, depois, vemos quantas vezes a

parte cabe no todo, e, por último, quantificamos, ou seja, atribuímos um número à grandeza medida. Parece um procedimento óbvio e usual, mas, ao se tratar da construção de conceitos das grandezas nos anos iniciais, para os alunos, essas etapas não são tão simples assim, pois eles ainda estão em processo de aprendizagem para a construção de alguns conceitos.

7.2.2.2 *Diálogo B 2.2 – compreensão da parte dentro do todo*

Vejamos mais uma parte do diálogo estabelecido entre a professora e os alunos:

CONTEXTO:

Depois de realizarmos uma discussão sobre o que seria mais leve e mais pesado sentindo a massa com as mãos, levamos a balança digital para a sala de aula, a fim de medir [pesar] a massa das embalagens.

PROFESSORA: Interessa pra nós o que tem aqui dentro?

ALUNOS: Interessa!!!

PROFESSORA: Vamos fazer assim, ó! O pacote número 1, quanto que é o peso? Berenice, você anota o peso pra nós.

GABRIELA: Cento e sessenta e cinco gramas!

PROFESSORA: Cento e sessenta e cinco gramas. O que que é isso?

GABRIELA: Não sei se é grama, não dá pra ver!

PROFESSORA: Não sabe se é grama?

GABRIELA: É, não dá pra ver...

HUGO: É grama sim!

GUILLE: É grama, é quilograma!

PROFESSORA: Mas e agora? Não entendi?

GABRIELA: Grama é por causa que ainda não é...

GUILLE: Um quilo e 65? (degravação, vídeo n. 32, 16:21 min., 21/6/2010).

Para os alunos, era muito importante que soubessem o que havia dentro das embalagens, tanto que, o tempo todo, perguntavam se nós iríamos abrir as embalagens. Acreditamos que a razão que os levava a querer saber o conteúdo das embalagens estava mais relacionada à curiosidade do que qualquer outra coisa – o que, afinal, é comum a todos nós –, porque eles poderiam associar as experiências prévias com tais materiais para julgar as massas.

No entanto, mesmo com a curiosidade aguçada por não saber o que havia nas embalagens, eles participaram com entusiasmo das tarefas propostas. Além de arriscar palpites, expressaram com espontaneidade seus pensamentos, o que nos leva a crer que o pensamento de uma criança, ou melhor, de todo ser humano está sempre em atividade.

Afirmar que o pensamento está sempre em atividade nos leva a ficar atentos às falas utilizadas por eles, pois são elas um dos indicadores para a construção de novos conceitos. Quando a professora questionou: “Cento e sessenta e cinco gramas, o que que é isso?”, da resposta da aluna Gabriela – “Não sei se é grama, não dá pra ver!” –, inferimos que, nesse momento –, apesar de ter dito anteriormente 165 gramas, ela não tinha certeza de que a unidade de massa daquela embalagem seria gramas. Para ter certeza, teria que, de alguma forma, ver aquilo escrito, mas na balança digital não aparece o símbolo grama. Não só isso, como também o fato de a aluna ainda se encontrar em processo na construção dos submúltiplos do quilograma.

Como dissemos anteriormente, esse é um aspecto um tanto quanto complexo nos anos iniciais, pois quantificar a massa de um objeto perpassa saber quantas vezes “a parte cabe dentro do todo” ou quanto a massa de um corresponde à massa do outro. O que é diferente do comprimento, em que a comparação é fisicamente observável. Compreender isso envolve uma apropriação de certos conceitos como, por exemplo, que 1 kg contém 1.000 g. Como a aluna não sabia o que havia dentro da embalagem, não tinha como afirmar de fato se eram 165 g, por isso, por duas vezes, afirma não saber se era grama, pois pode ter ficado em dúvida se não seria quilograma ou outro submúltiplo. Talvez justifique tanta curiosidade em saber o que havia dentro das embalagens.

Imagem 36 – Utilizando balança digital para descobrir a massa das embalagens



Vergnaud (2009b, p. 32) afirma que é verdade que a maioria dos conceitos difíceis são construções que se apoiam sobre a experiência, mas cujas características principais resultam de uma elaboração intelectual a partir da ação sobre o real e a partir de relações entre objetos, entre relações, entre transformações. Essa fala de Vergnaud nos impele a dizer que a própria conversa entre os alunos e a professora

contribuiu para a elaboração de novos conceitos, tanto que Gabriela, após ouvir seus colegas afirmando que é grama, continua completando seu pensamento dizendo: “grama é por causa que ainda não é...”, como se quisesse dizer que não completou 1 kg ainda. Além de suas experiências anteriores, havia também as experiências que os alunos vinham vivenciando em sala, referentes a grandezas e medidas – eles manipularam muitos materiais, trocaram muitas ideias entre si e, com isso, vimos algumas transformações acontecerem.

7.2.2.3 Diálogo C 2.3 – manipular materiais e instrumentos traduz-se em novos conceitos

PROFESSORA: Cento e sessenta e cinco é um quilo, mais que 1 quilo ou é menos que 1 quilo? O número 2? Vamos lá, qual é o peso?

ALUNOS: Quatrocentos e oitenta e cinco!!!

BETO: Muito leve, pensava que tinha um tanto.

PROFESSORA: Quatrocentos e oitenta e cinco o quê? Quilos?

ALUNOS: Não, gramas. (degravação, vídeo n. 32, 16:21 min., 21/6/2010).

Veja-se que, nesse trecho, os alunos já afirmam, só de olhar na balança, que é grama, não mais surgindo a dúvida apontada pela Gabriela. É importante ressaltar que, na balança digital, aparecem os números da seguinte forma: 0.015; 0.165; 0.485. E o aluno Beto demonstra surpresa ao ver que a segunda embalagem mediu 485, dizendo: “muito leve, pensava que tinha um tanto” essa expressão *um tanto* nos leva a inferir que o aluno esteja se referindo a uma medida maior ou igual a 1 kg, o que demonstra que sua percepção intuitiva o levou a relacionar embalagens grandes com medidas maiores que 1 kg.

Imagem 37 – Balança digital



7.2.2.4 Diálogo D 2.4 – Unidades menores que o grama

[Professora e alunos vão pesando uma a uma, até que chegam na quarta embalagem:]

PROFESSORA: Vamos lá, número 4.

JOÃO: Acho que não tem peso, sabia?

PROFESSORA: Será que tem alguma coisa que não tem peso?

CARLOS: Esse papel não tem peso tia.

PROFESSORA: Será que não tem peso?

GABRIELA: Tia, uma pena!

GUILLE: Tem mini, mini, mini quilograma! (degravação, vídeo n. 32, 16:21 min., 21/6/2010).

No diálogo D 2.4 aparece um dado interessante, o qual demonstra que, de fato, como afirma Vigotsky (2000), a criança traz consigo conceitos espontâneos. A quarta embalagem era a menor de todas. Lembramos da dúvida de João, sobre se colocava 4 ou 5, e a da aluna Gabriela, que afirmou não ser necessário ter uma lógica para escrever a sequência numérica. Aqui João diz que acha que a quarta embalagem não tem peso, ou seja, essa afirmação do aluno demonstra seu conceito em ação, fazendo-nos inferir que ele relaciona somente tamanho e objeto. Por sua vez, Carlos e Gabriela, quando a professora pergunta se existe algum objeto sem peso, chegam a dizer que sim. Para eles, o papel e a pena são dois objetos sem massa alguma, o que demonstra mais uma vez a presença dos conceitos em ação entre os alunos, ou seja, para eles “*o que é muito leve tem peso igual a zero*”. No entanto, a resposta do aluno Guille atrai muito mais nossa atenção, quando diz: “tem mini, mini, mini quilograma!”. Isso demonstra que ele compreende que existam unidades menores que 1 kg, mas não sabe ainda dizer o seu nome – no caso mg (miligrama) –, mas utiliza uma estratégia fantástica ao usar “mini, mini, mini quilograma” para representar que o papel e a pena têm massas muito, muito menores que o quilograma. Por isso, desafiar crianças é sempre surpreendente: eles acabam encontrando respostas muito inteligentes para as situações-problema propostas.

7.2.2.5 Diálogo E 2.5 – O inteiro e suas partes, a vírgula que os separaram

Outro fator que contribuiu para afirmarmos que a comunicação é fator importante no durante a aprendizagem da construção de conceitos de grandezas e medidas foi a informação que colhemos do diálogo abaixo. Nele podemos identificar que, depois de utilizarem a balança para medir a massa das embalagens, os alunos passaram a

perceber a presença da vírgula e do ponto separando o inteiro das partes, ou seja, separando o quilo de seus submúltiplos. Vamos ao diálogo:

PROFESSORA: Número 5 agora.
 GABRIELA e CARLOS: Duzentos!!!
 [Hugo começa a colocar as embalagens na balança.]
 PROFESSORA: Pode colocar tudo, se tem curiosidade para saber.
 GABRIELA: Um, um ...
 GUILLE: Um quilo e 20!
 PROFESSORA: Um quilo e 20 o quê?
 GABRIELA e GUILLE: Gramas.
 PROFESSORA: Como vocês sabem que é 1 quilo aí?
 GABRIELA: Porque, porque tem...
 HENRIQUE: Porque tem 1 vírgula zero 20.
 GABRIELA: Porque tem 1 no lugar do quilo, tá escrito 1 ponto vinte. É!
 PROFESSORA: Ah, é?
 GABRIELA: Não, não! O 1 é o quilo, o ponto é só para separar.
 PROFESSORA: Separar o que?
 GABRIELA: Separar o quilo das gramas.
 PROFESSORA: E quando é que eu completo 1 quilo?
 GABRIELA: Quando você tem 100 g?
 BETO: Quando passa de 999 g.
 HENRIQUE: 1.000 g.
 CINDI: É, 1.000 g.
 GABRIELA: Ah, é 1.000 g.
 PROFESSORA: Ah, então eu tenho que ter 1.000 g para ter 1 quilo é isso? Agora vocês vão escrever assim: “Com a balança eu descobri que o número 1 pesa tanto, o número 2 pesa... E a sequência ficou assim: 4, 3, 1, 5, 2. (degravação, vídeo n. 32, 16:21 min., 21/6/2010).

Quando a professora pergunta “como vocês sabem que é 1 quilo aí?” e os alunos respondem “Porque tem 1 vírgula zero 20”; “Porque tem 1 no lugar do quilo, tá escrito 1 ponto vinte”; “É! O 1 é o quilo, o ponto é só para separar”; “Separar o quilo das gramas”, isso demonstra que escrever a sequência numérica nas três etapas já citadas e manipular a balança medindo a massa das embalagens foram tarefas importantes para a compreensão dos conceitos da grandeza massa, tanto assim que os alunos; sem que a professora dissesse que 1 kg tem 1.000 g, que 1 g tem 1.000 mg, que depois da vírgula ou do ponto tem-se os submúltiplos do kg; já começam a demonstrar com suas falas que haviam descoberto tudo isso. Com base nessa constatação, podemos afirmar que proporcionar tarefas no que diz respeito às grandezas e medidas contribui para a construção do número, seja ele decimal ou natural, conforme o 12^o princípio mostrado em nosso referencial teórico, segundo o qual, o estudo deve direcionar não só o estudo de decimais, mas também de qualquer outro conteúdo e de qualquer área do conhecimento. Por isso, mais uma vez, ressaltamos que aprender-ensinar não são atos isolados. Ao longo do

processo, os alunos foram nos mostrando o que já sabiam, de forma que as intervenções foram sendo realizadas nos momentos certos e, em nenhum momento, a professora deixou de desenvolver seu papel de mediadora, sempre perguntado e desafiando os alunos.

7.2.2.6 Diálogo F 2.6 – O que é um peso líquido e um peso bruto

Outro fato relevante durante a construção das informações foi o diálogo que a professora estabeleceu com os alunos para que eles descobrissem a diferença entre o peso líquido e o peso bruto que pode estar presente em diferentes contextos culturais. Com isso, foi possível identificar e comprovar que a comunicação entre os pares é fator essencial na construção de conceitos, assim como aconteceu com a grandeza comprimento, na grandeza massa também tivemos uma situação semelhante. Eis o diálogo:

PROFESSORA: Um kg e 15 minutos? Por que tá dando 1 kg e 15?

CARLOS: Porque tem alguma coisa errada!

PROFESSORA: Olha pra cá, pra balança. Eu quero uma explicação. Se no pacote tá falando que tem 1 kg e a empresa não pode mentir para o consumidor, por que na balança tá dando 1kg e 15?

ARTHUR: Porque eles deram mais pra gente!

GUILLE: É porque nem toda hora eles acertam, tia!

PROFESSORA: Se o produtor tem obrigação de vender 1 kg, com certeza ele não vai colocar produto a mais, senão ele vai ter prejuízo.

GABRIELA e OUTROS ALUNOS: Foi erro! Foi erro!!!

PROFESSORA: Aqui tinha que ter 1 kg de sal, só que tem uma informação que diz assim ó: conteúdo líquido 1 kg. Aí a gente coloca na balança e dá 1 kg e 15. Por que isso? Na minha mão só tem sal?

ALUNOS: Não tem o saquinho.

BETO: E a tinta!

CINDI: É porque o líquido tem menos que o sal. Por causa que o sal tem mais peso.

GABRIELA: Por causa do líquido!

GUILLE: É o líquido!!!

[Para realizar a intervenção, a professora pegou a balança farmacêutica, que mede quantidades menores, e mediu 40 g de sal, pois sua intenção foi que os alunos percebessem a diferença entre peso líquido e peso bruto.

Então, ela despejou as 40 g de sal no recipiente em que os sais de banho seriam colocados e mediu na balança digital.]

PROFESSORA: Tem 40?

ALUNOS: Não! Tem 60 g.

PROFESSORA: Por quê?

ALUNOS: Por causa da latinha.

[Professora mede o sal novamente.]

PROFESSORA: Ah! Por causa da embalagem. Um quilo e 15 gramas, então, 15 gramas é de que?

ALUNOS: Da embalagem!!!

[Alunos pesam a rolha, o vidro vazio e combinam que irão colocar 200 g de sal no vidro.] (degravação, vídeo n. 1, 16:30 min., 5/4/2010).

Aqui, percebemos que os alunos ainda não sabem dizer que as 15 gramas que estão passando referem-se ao peso bruto do pacote de sal. É fato que este é um conceito que eles estão construindo. Tanto que eles respondem que foi erro do fabricante; e o aluno Guille chega a dizer: “é porque nem toda hora eles acertam, tia!”. Já o aluno Arthur afirma que está dando mais porque o fabricante deu mais para o cliente. E os alunos Guille, Gabriela e Cindi dizem que é por causa do líquido, pois a professora chama atenção para que, na embalagem do sal, está escrito “conteúdo líquido 1 kg”, o que significa que ela inicia uma intervenção com os alunos. Contudo, eles ainda não percebem a presença do peso bruto. Talvez, da fala da Cindi, possamos inferir que seu conceito em ato é o início de uma compreensão do que seja peso bruto quando diz: “É porque o líquido tem menos que o sal. Por causa que o sal tem mais peso”. O mais importante é que a professora não desiste e continua realizando a intervenção até que os alunos percebam a diferença entre o peso líquido e o peso bruto.

Foi o que percebemos no final do diálogo, quando a professora passa a agir diante do objeto, proporcionando outra estratégia de intervenção, qual seja, medir um pouco de sal na balança farmacêutica, colocar no vidro e medir na balança digital. Aí sim os alunos perceberam que as 15 gramas que sobravam da medida do quilo do sal eram em função da embalagem.

Esse fato confirma a importância de se ter em mãos uma variedade de instrumentos de medidas em sala de aula, possibilitando uma diversidade de situações e procedimentos. Além disso, mostra-nos que, durante a aprendizagem, temos que dar oportunidades aos alunos de manipular esses instrumentos – que eles possam pegar e experimentar quantas vezes forem necessárias, como vimos acontecer nessa sala de aula –, assim como apresentar diferentes formas de verbalização e de registros. Foram os próprios alunos que misturaram as essências para fazer os sais de banho, foram eles que colocaram no vidro e enfeitaram para presentear as suas mães. Só um detalhe ficou a desejar, talvez por causa da empolgação do momento: as crianças encheram os vidros aleatoriamente, ou seja, sem medir na balança as 200 g de sal, como haviam combinado. No entanto, podemos dizer que, nesse dia, foram muitos os conceitos construídos no que se refere à grandeza massa; e o mais evidente foi a diferença entre o peso líquido e o peso bruto.

7.2.2.7 Diálogo G 2.7 – Balanças de prato: um instrumento interessante para ser levado para sala de aula

Outro fato que evidenciou como a comunicação se torna essencial durante a aprendizagem na construção de conceitos de grandezas e medidas ocorreu quando levamos para sala de aula as balanças de prato. Para as crianças, foi uma novidade, e todas ficaram eufóricas, querendo medir a massa de vários materiais na sala de aula. A professora deixou que eles manuseassem á vontade as balanças antes de iniciar as tarefas que havia planejado.

CONTEXTO: A pesquisadora e a professora fizeram balanças de prato de diversas formas e levaram-nas para a sala de aula. A intenção foi que os alunos pudessem medir as massas de vários materiais e tivessem contato com um instrumento de medida de massa. No princípio, percebeu-se que eles ficaram muito eufóricos com as balanças, queriam colocar tudo de uma vez, enfim, no princípio, não houve concentração na realização da atividade proposta, somente depois é que os alunos foram se acalmado.

PROFESSORA: Moisés, isso aqui é uma balança? Como que você sabe que é uma balança?

MOISÉS: Eu não falei que era uma balança!

PROFESSORA: Isso é uma balança?

KARINA: É, só que diferente!

SAMUEL: Só que uma balança antiga.

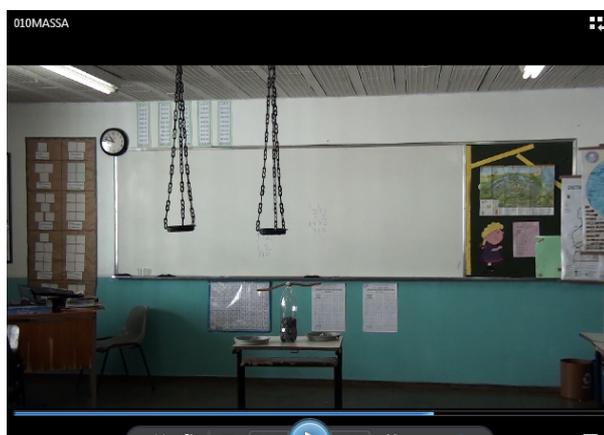
PROFESSORA: Como você sabe que é uma balança, Andressa?

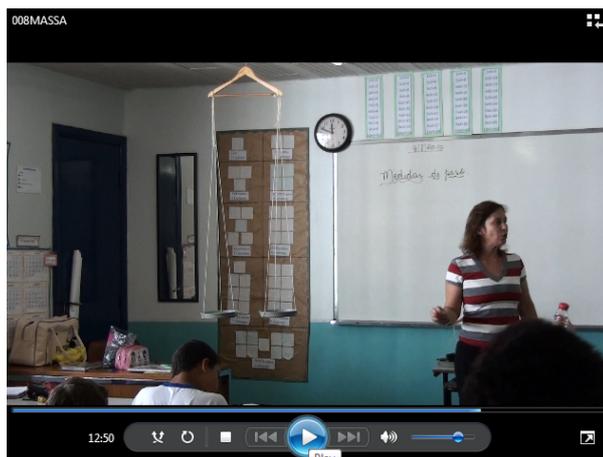
ANDRESSA: Meu pai estuda direito e tem umas balanças iguais a essa, sei lá.

PROFESSORA: E mede como?

HUGO: O que é mais pesado baixa e o que é mais leve sobe. (degravação, vídeo n. 3, 5:14 min., 9/8/2010).

Imagem 38 e 39 – Modelos de balança de prato



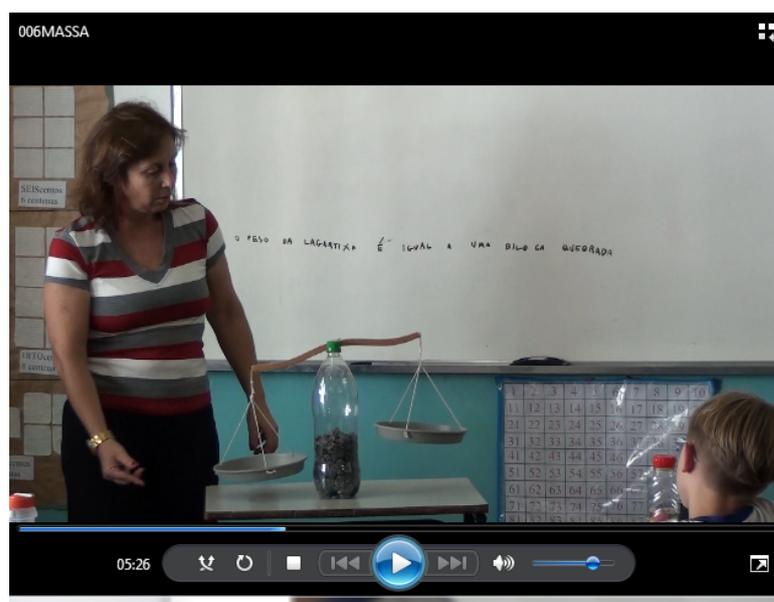


O que nos chamou mais atenção nessa conversa foi a resposta da aluna Andressa, que disse: “meu pai estuda direito e tem umas balanças iguais a essa, sei lá”. Esta fala nos leva a pensar que o conceito em ato trazido pela aluna se assemelha a um dos propósitos alegados pelo homem para se ter um Sistema Legal de Medidas: o senso de justiça. A aluna, em sua fala, nos impele a inferir que faz a relação justamente com esse senso, ou seja, ela pode até não ter consciência nem conhecimento dessa relação, mas, por algum motivo, por suas experiências familiares, pelo fato de ver balanças similares à que levamos para a sala de aula, ela faz esse comentário. Mesmo porque, sabemos que um conceito prévio parte das experiências sociais que a criança vivencia, por isso, justifica pensarmos que a aluna possa, mais tarde, vir a compreender esse senso de justiça proposto pelo homem ao longo da história da humanidade – a imagem de equilíbrio –, uma vez que, em sua casa, pelo fato de seu pai estudar direito e o símbolo da profissão ser a balança de prato (que representa a justiça). Assim, esse contexto pode ser o impulso para tal compreensão.

Outra expressão interessante que vale a pena discutir é a resposta do Hugo, quando diz: “O que é mais pesado baixa e o que é mais leve sobe”. O aluno poderia ter dito que se mede quando os pratos estão equilibrados, mas isso não aconteceu. Por isso, sua fala nos leva a deduzir que, para esta criança, o senso de justiça nem sempre é respeitado. Por mais que o homem tenha tido essa intenção, deparamos-nos com as dicotomias claro-escuro; leve-pesado; grande-pequeno; bom-mal etc. E a vida dessas crianças ou, melhor dizendo, de todos nós nunca é totalmente justa, visto que nos constituímos sujeitos porque vivenciamos essas dicotomias. É claro que buscamos o equilíbrio, mas nem sempre isso é possível, a própria vida nos

coloca em situações diversas, de tal modo que, em certos momentos amamos e, em outros, odiamos; ora somos bons, ora perversos. O mesmo acontece com o senso de justiça proposto pelo SLM, nem sempre nossas balanças são fiéis, são justas; o próprio comércio evidencia isso quando compramos certos produtos.

Imagem 40 – “O que é mais pesado baixa e o que é mais leve sobe”



Por falar em justiça, vamos abrir uma seção para mostrar como foi a reação dos alunos ao perceberem que a balança construída por nós não estava bem equilibrada. Vamos chamar essa seção de senso de justiça na construção de conceitos da grandeza massa.

7.2.3 Senso de justiça na construção de conceitos da grandeza massa

Na seção anterior abordamos a importância da comunicação no processo da aprendizagem de construção dos conceitos da grandeza massa e, ao analisar as informações colhidas nos vídeos, deparamo-nos com a questão do senso de justiça como um dos aspectos importantes na ação de medir a grandeza massa. O contexto é o mesmo da seção anterior – medir a massa dos objetos utilizando a balança de prato confeccionada por nós.

Veja o que aconteceu quando as crianças perceberam que a balança não estava totalmente fiel:

PROFESSORA: A balança pra medir tem que ficar bem certinha.
MOISÉS: Tá errado, o cordão tá menor, um tá maior que o outro.
[Um aluno pega a régua para medir o cordão que sustentava o prato da balança.]
PROFESSORA: Quanto deu?
ANDRESSA: Seis centímetros e 3 milímetros.
PROFESSORA: E o outro quanto deu?
ANDRESSA: Seis centímetros.
PROFESSORA: Isso! Vocês falaram que a balança tava com o barbante de um lado mais comprido que o outro. Mas acontece que essa balança foi feita em casa. Então, é muito difícil deixar tudo do mesmo tamanho. É aqui nós usamos um prego pra quê?
GUILLE: Pra pesar.
PROFESSORA: Por quê?
GUILLE: Um pouquinho pra ficar reto.
PROFESSORA: Precisa ficar reta a balança?
ALUNOS: Sim! Sim!
HUGO: Porque, se não, dá errado o peso. (degravação, vídeo n. 3, 5:14 min., 9/8/2010).

O que nos levou a conceber essa categoria foi o modo como os alunos agiram ao se depararem com o desequilíbrio da balança de prato feita por nós. Eles imediatamente sinalizaram que a balança estava errada, que não seria possível medir se um cordão estivesse menor do que o outro. De fato, a balança construída por nós apresentou uma pequena diferença. Para que a balança tivesse a ideia de fidelidade, nós havíamos colocado um parafuso, que, na empolgação da presença de um novo instrumento em sala de aula, ficou perdido na mesa até que os alunos questionassem que a balança estava errada. O que nos chamou atenção foi que a professora deixou que os alunos, a princípio, encontrassem uma solução, e a primeira coisa que fizeram foi pegar uma régua para medir os cordões que sustentavam os pratos, comparando suas medidas para confirmar o erro. Nota-se nessa ação que, para esses alunos, é primordial que a balança esteja equilibrada, o que demonstra a importância do senso de justiça, porque, para eles, assim como foi para o homem desde as primeiras civilizações, para medir a massa de qualquer objeto, é necessário que a balança esteja fielmente certa; tanto que, ao analisar o vídeo, vemos várias imagens dos alunos pegando uma régua para garantir que os pratos estivessem na mesma direção, ou seja, equilibrados.

Imagem 41 – Alunos medindo com a régua o cordão que sustenta o prato da balança



Enfim, podemos hipotetizar que os conceitos em ação dos alunos assemelham-se ao processo de construção da história dos pesos e medidas – é claro que, em outros tempos, outras épocas, outras gerações –, mas não sabemos explicar ainda por que isso acontece, talvez seja um indício para estudos futuros.

Depois que os alunos resolveram o problema do equilíbrio da balança colocando o parafuso para igualar os pratos, eles foram desafiados a medir a massa de objetos da sala de aula utilizando pesos feitos de saquinhos de areia (100 g, 50 g, 10 g e 5 g); de bilocas (200 g) e de latinhas com pregos dentro (100 g).

O grande mistério é que eles não sabiam a massa desses pesos feitos por nós. Com essa tarefa, foi possível identificar, durante a aprendizagem dos alunos, que eles também desenvolveram estratégias para medir a massa dos materiais. Vejamos na próxima seção como isso aconteceu.

7.2.4 Estratégias de medidas – As ações dos alunos quando são desafiados a medir grandezas: massa

Ao analisar as informações da grandeza comprimento, deparamo-nos com algumas ações dos alunos que nos surpreenderam, pois eles foram bastante criativos na tentativa de encontrar uma estratégia para medir coisas maiores, menores e iguais a 1 m. Agora, com a grandeza massa, também percebemos situações interessantes que valem a pena serem discutidas. Não foram muitas, como na grandeza comprimento, mas o que importa é que as crianças, quando são desafiadas a resolver situações-problema, sempre encontram uma estratégia para solucionar o problema. Foi o que aconteceu com a aluna Lúcia, que, ao ser desafiada a medir a massa do seu estojo utilizando os pesos feitos por nós, não sabia quanto cada peso valia. Vamos ao contexto:

CONTEXTO:

Balanças de pratos – os alunos tinham que medir a massa de objetos da sala de aula nas balanças de prato utilizando pesos feitos por nós. Detalhe: eles não sabiam quanto valia a massa de cada peso. Nesse dia, por causa da gincana de arrecadação de gêneros alimentícios que a escola estava promovendo para o “Festival da Cultura”, projeto promovido pela própria escola, havia diversos alimentos não perecíveis armazenados na sala de aula, em cujas embalagens estavam indicadas as medidas do produto, como por exemplo, açúcar, leite condensado, molho de tomate, creme de leite etc. Todos estavam bem empolgados com as tarefas, pois, para muitos, tudo era novidade. A aluna Lúcia mede a massa do seu estojo com os pesos feitos por nós, e o desafio era escrever no quadro quanto o objeto pesava. A aluna, então, entra em conflito e não sabe o que colocar, pois afirmava não ser possível saber quanto valia cada peso. Contudo, o conflito dura pouco; a aluna se afasta da balança e retorna com uma lata de creme de leite (300 g).

PROFESSORA: O que tá acontecendo aí?

PESQUISADORA: Ela tá comparando os pesos...

PROFESSORA: Trezentos gramas?

PESQUISADORA: Isso!

[Lúcia coloca em um dos pratos da balança o creme de leite e, no outro, dois saquinhos de biloca. Antes, havia colocado dois saquinhos de areia. (100 g)]

LÚCIA: Esse aqui tá mais pesado. [refere-se aos saquinhos de biloca com 200 g]

PROFESSORA: E aí, coloca de novo e pensa. Esse aqui tá mais pesado por quê?

LÚCIA: Não sei.

PROFESSORA: Quem pesa mais: esse ou esse?

LÚCIA: Esse. [refere-se ao saquinho de bilocas com 200 g]

PESQUISADORA: Quantos gramas tem aqui?

LÚCIA: Trezentos.

PESQUISADORA: E aqui?

LÚCIA: Não sei.

PROFESSORA: Tem mais de 300 ou menos que 300?

LÚCIA: Mais!

PROFESSORA: Mais.

PESQUISADORA: Então, o que você vai fazer?

[Ela tira um saco de biloca e coloca outro peso: 1 potinho com pregos equivalente a 100 g]

PESQUISADORA: E agora? O que você descobriu?

LÚCIA: Descobri que um saco de biloca, que não sei quantas bilocas tem, e um potinho que eu não sei o que tem dentro, pesam 300 g.

[Lúcia retornou para seu grupo e ficaram discutindo o valor que iriam colocar. Colocaram um saquinho de biloca = 270 g e, para o potinho, elas não colocaram nada.] (degravação, vídeo n. 17, 16:18 min., 17/8/2010).

Imagem 42 e 43 – Aluna comparando a massa dos saquinhos de bolinhas de gude e de areia com o creme de leite



Essa tarefa mostrou que, de alguma forma, a criança aciona seus esquemas de pensamento (VERGNAUD, 2009b) para encontrar uma solução para o problema proposto. E a estratégia encontrada pela aluna foi interessante, pegou o creme de leite como referência, pois sabia quanto a lata media, e comparou com a massa dos pesos para tentar quantificá-los. Experimentou várias vezes, até que percebeu que um saquinho de bilocas mais um potinho media o mesmo que o creme de leite.

Podemos identificar nessa ação dois aspectos importantes na construção de conceitos de grandezas e medidas: a comparação e a quantificação. Sabemos que uma depende da outra – como foi dito na grandeza comprimento – para quantificar, ou seja, para dizer quanto mede é necessário comparar. À medida que comparamos, podemos dizer se tal objeto é mais leve, mais pesado ou tem a mesma massa que outro. Foi o que aconteceu com a estratégia da aluna Lúcia, para saber quanto pesava seu estojo, teve que encontrar algum objeto que já havia sido quantificado, no caso, o creme de leite, pois não sabia quanto valia a massa dos pesos. Estratégia inteligente da aluna; ela não chega a escrever que o estojo media 300 g, mas descobre que um saquinho de biloca e um potinho equivale a mesma medida da lata de creme de leite.

Imagem 44 – Aluna comparando a massa dos pesos construídos pela professora e pesquisadora com o creme de leite



Depois dessa estratégia de Lúcia, vários alunos começaram a fazer o mesmo. O aluno Arthur pegou os saquinhos de areia para comparar com o creme de leite e disse:

ARTHUR: Três saquinhos de areia é igual a 300 g de creme de leite. Três potinhos é igual a 300 g.

PROFESSORA: Deu para perceber que nós precisamos de um instrumento certo para medir, para quantificar, porque não dá pra ficar no mais ou menos? Se a garrafa pesa dois saquinhos grandes e um pequeno, quanto que ela pesa?

ARTHUR: Duzentos e dez.

PROFESSORA: Por quê?

ARTHUR: Se um saquinho grande é 100 e são dois saquinhos, então, vai dar 200, mais 1 de 10, vai dar 210.

PROFESSORA: Isso mesmo! Agora, a gente notou que aqui a lata de creme de leite diz que tem 300 g. O Arthur colocou três saquinhos grandes, descobriu, então, se tem três saquinhos para uma lata que pesa 300 g.

ARTHUR: Dá igualzinho.
PROFESSORA: Então, cada saquinho...
GUILLE: Três de cem.
PROFESSORA: Três de cem, muito bem!!! (degravação, vídeo n. 17, 16:18 min., 17/8/2010).

Imagem 45 – Aluno comparando a massa dos três saquinhos de areia com o creme de leite



Foi sua estratégia que levou o aluno Arthur a descobrir que cada saquinho de areia grande media 100 g, pois ele fez o mesmo procedimento que Lúcia, só que utilizou todos os pesos iguais (três saquinhos de areia grande – 100 g cada). Com isso, para os outros alunos também ficou fácil descobrir a medida da massa dos objetos que estavam medindo, como também apareceram as operações aritméticas no contexto das medidas.

Assim, identificamos, mais uma vez, que construir conceitos depende essencialmente das situações-didáticas a serem propostas para os alunos. Elas devem ser estruturadas, pensadas e planejadas. Por exemplo, quando eu e a professora elaboramos tal tarefa, não pensamos na possibilidade de levar objetos para a sala que já estivessem quantificados. O fato de ter o creme de leite foi uma coincidência. Todavia, mesmo não tendo planejado a presença de materiais quantificados, os alunos conseguiram transformar aquela situação-didática numa situação-adidática (BROUSSEAU, 2008), pois eles aceitaram a situação proposta, participaram dela atuando, falando, refletindo e encontrando uma nova situação que podemos chamar de adidática, uma vez que se revelam autônomos no processo de propor a estratégia sem depender do professor. O que nos leva a crer que se, em qualquer momento, os alunos se deparassem com ela fora do contexto escolar,

procederem da mesma forma, pois é assim que se concebe uma situação adidática: o aluno tem que ser capaz de encontrar soluções independentemente das que a professora pensa que ele seja capaz de solucionar.

É um pouco complexa tal inferência, mas as estratégias encontradas pelos alunos quando são desafiados a resolver situações-problema mostram que situações adidáticas são passíveis de acontecer em sala de aula, e nós temos que estar atentos a esses acontecimentos e realizar as devidas intervenções.

Encerramos nossas discussões referentes à grandeza massa percebendo que a necessidade de uma unidade de medida para a construção de conceitos dessa grandeza implicou em boas situações-didáticas propostas, as quais levaram os alunos a pensar, refletir, agir e encontrar estratégias para quantificar os materiais pesados com a ajuda dos instrumentos de medidas levados para a sala de aula. Dessa forma, podemos dizer que conseguimos atingir nosso objetivo proposto ao analisar as informações produzidas.

Na seção que se segue, iremos mostrar como os alunos agiram diante das tarefas propostas referentes à grandeza capacidade.

7.3 Grandeza capacidade

Foi possível identificar, nas análises realizadas até agora, que os alunos apresentam mais experiências com a grandeza comprimento e poucas com as grandezas massa e capacidade. Mesmo notando pouco contato com essas grandezas, nas análises da grandeza massa, vimos que apareceram muitas questões interessantes que, de alguma forma, contribuíram para nossas discussões.

A partir de agora, vamos ver como os alunos se colocaram em ação ao serem desafiados a realizar várias tarefas com a grandeza capacidade.

Durante a realização das tarefas referentes à grandeza capacidade, eu e a professora fomos surpreendidas com certas atitudes e respostas dos alunos. A atividade de transvasamento de líquidos foi uma grande novidade, a euforia tomou conta da sala de aula. No entanto, foi possível identificar conceitos interessantes trazidos por eles com relação à percepção da capacidade e sua medição pedagógica e registro.

Cabe ressaltar que tarefas como essas explicitadas aqui deveriam ser trabalhadas na escola desde a Educação Infantil, claro que em graus de desafio diferenciados.

Todavia, diante de tanta euforia, ainda foi possível resgatar alguns diálogos entre professora, alunos e pesquisadora em que identificamos alguns conceitos em ação que os alunos trazem sobre a grandeza capacidade. Então, vamos aos diálogos, às produções e as nossas interpretações e análises.

Imagens 46 e 47 – Empolgação dos alunos ao experienciarem o transvasamento de líquidos



7.3.1 Comunicação – A possibilidade de construir novos conceitos a partir do diálogo entre alunos e destes com a professora e pesquisadora

Já não é novidade para nós que a comunicação é fator essencial para o processo de aprendizagem, principalmente para a formação de novos conceitos. Sendo assim, sabemos que a criança traz para a sala de aula os conhecimentos do senso comum, ou seja, aqueles com os quais ela convive no seu dia a dia. É claro que não podemos generalizar, pois hoje, com o avanço das tecnologias, sejam materiais impressos ou computadores, TVs etc., as informações chegam mais rapidamente ao

sujeito. Todavia, apesar de haver tantas informações disponíveis, isso não significa que estas sejam transformadas em conhecimento. Inferimos que nem sempre as informações trazidas pelas crianças constituem-se em verdadeiros conceitos passíveis de se tornarem conhecimento. Uma coisa é repetir algo lido, visto comentado, outra coisa é, de fato, ter compreendido aquilo que se está dizendo e saber usar esse conhecimento em qualquer lugar. Por isso, defendemos que um dos espaços em que se deveria consolidar a formação de conceitos seria a escola. Mas, não podemos deixar de levar em consideração que um conceito não é algo acabado e pronto, que ele está em constante movimento para ser modificado e transformado (VIGOSTKI, 1998; VERGNAUD, 2009b).

Enfim, o que importa é que saibamos que o processo aprender-ensinar envolve reflexão, diálogo, ação e intervenção entre os envolvidos, nas relações com objetos em situações de problematização, além de outros aspectos igualmente importantes como afetividade, emoção, sentimento etc.

E, quando desafiamos os alunos e damos a eles oportunidades de serem sujeitos atuantes no espaço da sala de aula, eles expõem, de alguma maneira, os conceitos em ação sem medo de errar. Eles arriscam a dizer o que de fato estão pensando naquele momento, pelo menos é o que temos visto ao analisar as informações obtidas durante a pesquisa ora proposta. Nesse sentido, as informações que foram produzidas por nossos colaboradores em contexto de ação cognitiva ficam mais evidentes.

Sendo assim, aqui temos mais uma conversa que demonstra o que estamos dizendo. Para a análise, vamos dividi-la em três diálogos: A3; B3 e C3. Para entender como aconteceu tal conversa, vamos ao contexto:

CONTEXTO:

Esse diálogo aconteceu quando os alunos foram desafiados a perceber a massa das embalagens trazidas pela pesquisadora e pela professora. Como estavam bastante curiosos para saber o que havia nas embalagens, a pesquisadora e a professora disseram que poderiam abri-las depois que fizessem a tarefa proposta. Assim, ao abrirem as embalagens, os alunos se depararam com materiais que estavam medidos em massa e capacidade. Em função disso, surgiram os diálogos.

7.3.1.1 Diálogo A3.1 – Litro é líquido, quilo é sólido

PROFESSORA: Olha aqui, ó, o que que o Marcelo descobriu. Ele tá dizendo que aqui é grama, grama, grama. E ele achou um outro que é outra coisa. O que que é que tem aqui?

MARCELO: Mililitro.
 PROFESSORA: Mililitro !!! Por que que é mililitro e não grama?
 SAMUEL: Porque tem líquido.
 GABRIELA: É por causa que é uma bebida, só que não é para beber.
 PROFESSORA: Quando eu compro uma coca-cola no supermercado, eu compro 1 quilo de coca-cola?
 HUGO: Não, 2 litros.
 PROFESSORA: Ah! Como é essa diferença, você pode me explicar?
 MARCELO: Litro é líquido e quilo é...
 GABRIELA: Quilo é sólido.
 MARCELO: É, é sólido.
 GABRIELA: As coisas que...
 MARCELO: As coisas que são em quilo é sólido e as coisas que são...
 GABRIELA: E as que são em líquido é litro.
 ARTHUR: E mililitro é não sólido, coisas tipo carne, tipo sólido sei lá, tipo grama, tipo peso... (degravação, vídeo n. 39, 16:21 min., 21/6/2010).

Imagem 48 – Alunos e professora discutindo a relação entre líquido/litro e sólido/quilo



Notamos nessa conversa que aparecem vários conceitos e teoremas, como, por exemplo, grama, litro, mililitro, líquido, sólido, quilo etc.; no entanto, dois destes nos chamam atenção: “sólido” e “líquido”. Aqui percebemos que os alunos fazem apenas relação de litro com líquido e quilo com sólido, e pensam que só se usa litro para medir líquidos e só se usa quilo para medir sólidos, o que se revela como teorema em ação. Eles não percebem que podemos tanto medir sólido ou líquido utilizando qualquer uma dessas unidades.

Quando as crianças afirmam que as coisas que são líquidas são medidas em litro e as coisas que são sólidas são medidas em quilo, instigam-nos a pensar que esse é um conhecimento que foi construído dentro do seu contexto social, levando-nos a inferir que o teorema em ação explicitado por elas não está totalmente correto.

É um teorema que pode ser repensado e modificado à medida que as crianças sejam desafiadas com situações-problema consideradas, por elas, significativas.

Segundo Vergnaud (2009b, p. 23), um teorema em ação é uma proposição tida como verdadeira na ação em situação. Percebemos, a partir da situação trazida por nós, que os alunos fizeram uma afirmação que cientificamente não está correta; por isso, podemos dizer que o teorema em ato está em formação, o que significa que as falas das crianças não estão totalmente erradas.

Muniz (2009) ressalta que o papel da escola é levar a criança a novos contextos, a novas ações, novas experiências, novas reflexões, de forma que a própria criança coloque em xeque os seus conhecimentos, logo, seus conceitos. Uma vez que se depare com esses novos contextos, ela poderá ser capaz de refletir sobre o conceito em ação e o teorema em ação em evidência e elaborar novas proposições, sendo capazes de modificar os conceitos que estão sendo construídos.

Todavia, cabe dizer que, nesse momento, eu e a professora não atentamos para tal fato e, dessa forma, não realizamos uma *reflexão na ação*, que seria essencial para que os alunos percebessem que, no comércio, podemos encontrar coisas líquidas que são vendidas em quilo e coisas sólidas que são vendidas em litros. Por exemplo, é muito comum encontrarmos nas ruas e nas feiras pessoas vendendo litros de jabuticaba, pequi, farinha, feijão etc., como também creme de leite, iogurte e outros produtos que são vendidos em gramas.

Mas, afinal, o que significa dizer que não realizamos uma *reflexão na ação* nesse contexto de grandezas e medidas na sala de aula? Este é um conceito trazido por Schön (2000, p. 30-42), que, em seus estudos, propõe uma formação profissional que seja capaz de produzir uma interação da teoria com a prática; um ensino reflexivo, cujo aprender através do fazer seria privilegiado; um ensino cuja capacidade de refletir seria estimulada através da interação professor-aluno. Para tanto, o autor distingue as seguintes expressões: *conhecer na ação*, *reflexão na ação* e *reflexão sobre a reflexão na ação*. Todas essas apresentam uma sutileza em seus processos de construção. Quando a professora propõe uma atividade e, em seu decorrer, depara-se com problemas que a levam a refletir e reestruturar as estratégias de ação, ou seja, quando a professora reflete, num outro momento, sobre as estratégias propostas e as experiências vividas, de modo a produzir uma boa descrição verbal dela e até mesmo consolidar a compreensão do problema e encontrar outras soluções, a reflexão da professora se dá *sobre a sua reflexão na*

ação anterior. De acordo com Schön (2000, p. 36), isso a leva a um diálogo *de pensar e fazer*¹⁷ e, assim, tornar seu fazer pedagógico mais habilidoso, pois teve o momento de parar, pensar, refletir e propor novas estratégias. No entanto, esse diálogo de pensar e fazer passou despercebido por nós, pois, neste estudo, não ficou evidente que tenhamos retornado e realizado uma intervenção que tenha uma relação semelhante.

Por isso, ressaltamos que, no processo de aprender-ensinar, uma das condições essenciais seria estarmos preparados para lidar com tais imprevistos; e essa preparação passaria pela interação teoria-prática e pelo ensino reflexivo, os quais levariam à interação professor-aluno apontada Schön (2000).

Dessa forma, nós, professores, temos que desenvolver nossa sensibilidade de sermos capazes de dizer: “Isso eu não sei, preciso aprender para ensinar”. Concordamos com Brousseau (2008, p. 28), quando afirma que a aprendizagem é o processo em que os conhecimentos são modificados. E nós, pesquisadora e professora, não fomos sensíveis o suficiente para perceber e tentar modificar esse conhecimento que os alunos traziam. Deixamos passar despercebido esse fato, que seria mola propulsora para a construção de novos conceitos no que se refere à grandeza capacidade.

Enfim, nossa intenção não é culpar ninguém, mas mostrar que situações como essas são suscetíveis de acontecer no espaço da sala de aula. Queremos apenas destacar que o ideal seria que isso não ocorresse, que de fato estivéssemos atentas e preparadas para realizar as intervenções adequadas. Isso nos revela a experimentação no contexto desta investigação, que é um espaço formativo em ação-reflexão-ação tanto para a professora quanto para a pesquisadora. Todavia, não podemos perder de vista que, nos diálogos em momento algum, a professora deixou de fazer perguntas e instigar os alunos a exporem seus conceitos espontâneos, o que também é essencial no processo de aprender-ensinar, pois são essas respostas os indicadores para que possamos ter conhecimento de como nossos alunos estão estruturando seus pensamentos e se desenvolvendo.

No diálogo que se segue será possível notar que os alunos continuam expondo suas proposições, verdadeiras ou não, o que interessa é que eles não se

¹⁷ Para compreender o diálogo de pensar e fazer, Schön exemplifica com as reflexões do zagueiro que, no dia seguinte da partida de futebol, podem estar cheias de significação e, se este for jogar na semana seguinte, jogará diferentemente em função de seu jogo anterior.

intimidam e dizem o que estão pensando, evidenciando seus conceitos espontâneos. O contexto é o mesmo exposto anteriormente nesta seção. Vejamos:

7.3.1.2 Diálogo B3.1 – Água não pesa. Será?

GABRIELA: A água não dá para pesar, porque a água vai dar zero.

PROFESSORA: Por que que a água não tem peso?

ARTHUR: Tem sim, o gás dela tem.

PROFESSORA: O gás da água? E aquela água que não tem gás? Ela não pesa?

GABRIELA: Não! Pesa um pouco. Não! Porque, quando ela cai, ela se esparrama toda.

GUILLE: A força da gravidade é mais forte!

PROFESSORA: Vocês me confundiram toda... O que que a gravidade tem a ver com isso?

GUILLE: Tudo! Gravidade zero, sei lá

ARTHUR: Porque líquido não se pesa!

GUILLE: Pesa sim! Ó, professora, eu acho que, se você joga uma água gasosa no espaço, assim, ela fica lá.

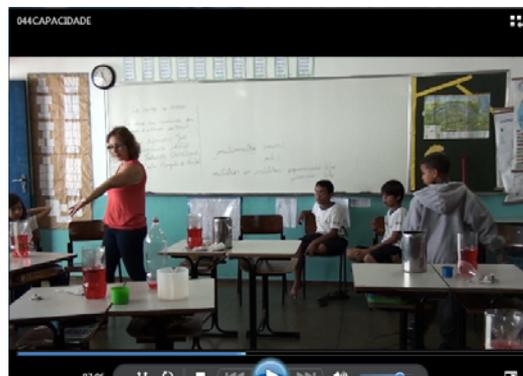
ARTHUR: Ela evapora. Não cai.

GABRIELA: Cai sim!

ARTHUR: Cai não.

HUGO: Cai nada. (degravação, vídeo n. 39, 16:21 min., 21/6/2010).

Imagens 49 e 50 – Alunos e professora discutem se a água tem peso ou não



No diálogo B, vemos que, com simplicidade e convicção, a aluna Gabriela diz: “a água não dá para pesar, porque a água vai dar zero”. E depois afirma: “Não! Pesa um pouco. Não! Porque, quando ela cai, ela se esparrama toda.” Essa afirmação da Gabriela nos dá a entender que a aluna está em dúvida se é possível ou não pesar a água, fazendo também uma confusão conceitual, ao afirmar que não é possível medir a água porque esta esparrama. Tal afirmação nos permite dizer que a fala da aluna apresenta uma certa lógica de pensamento, pois é evidente que, se

colocarmos qualquer líquido fora do recipiente em uma balança, este escorrerá e prejudicará a mensuração.

Talvez essa confusão seja fruto da complexidade da rede conceitual estabelecida no contexto, com muitos contextos inter-relacionados, um dando vida e sentido ao outro. Com isso, podemos dizer que, aqui também, aparece um teorema em ato em formação, percebido não só na fala da Gabriela, mas também na fala de todos os alunos.

O colega Arthur também faz uso de um teorema em processo, pois chega a afirmar que a água tem peso (“tem sim, o gás dela tem”), mas, momentos depois, diz que líquido não se pesa. Ao se expressar dessa forma, o aluno nos faz entender que faz tal afirmação remetendo-se ao líquido para a grandeza capacidade em função de suas experiências anteriores. Assim, podemos dizer o mesmo em relação à fala da aluna Gabriela: ela também apresenta um teorema em ação inacabado ao colocar em xeque se seria ou não possível pesar a água.

Guille envolve no meio da conversa a força da gravidade, o que é absolutamente correto. A fala de Guille nos leva a inferir que o aluno pode estar pensando que é a força da gravidade que possibilita medir o peso da água, ao afirmar ser possível pesar o líquido. Hoje em dia, nossos alunos têm acesso à TV, internet, comércio, consumo, produtos, embalagens, rótulos etc., ou seja, eles estão conectados com o mundo, sujeitos a muitas informações, como já mencionamos anteriormente. Isso nos permite afirmar que, quando o aluno Guille diz “Ó, professora, eu acho que, se você joga uma água gasosa no espaço, assim, ela fica lá”, sua hipótese não está errada, pois o que ele diz é verdade, no espaço, a força gravitacional é desprezível; não temos como afirmar se, para o aluno, a água no espaço pesa ou não, pois, mais uma vez, não nos atentamos a devolver a pergunta para o aluno, visto que, logo em seguida, mudamos de assunto, como veremos no diálogo C 3.1.

O diálogo C nos mostra que os alunos trazem uma série de informações que ainda não se constituíram em conceitos científicos, mas, sim, consistem em proposições que, para eles, de acordo com as informações obtidas em outros espaços, são verdadeiras, ou seja, os conceitos estão em processo de construção. No entanto, sabemos que esses esquemas de pensamento dos alunos são os indicadores para que possamos propor novos desafios, novas informações, novos contextos que os levam a novos conceitos. Como já dissemos, a comunicação entre

professora e alunos e destes entre si e com a pesquisadora é um canal para se perceber os conceitos espontâneos que surgem e construir outros conceitos. Assim sendo, vejamos o que acontece no diálogo.

7.3.1.3 Diálogo C3.1 – Posso pesar o leite?

PROFESSORA: E o leite, eu posso pesar o leite?
 HUGO: Pode, porque tem a caixinha.
 PROFESSORA: E se eu não tivesse a caixinha?
 GABRIELA: Ó, tia, ele ia escorrer e ia sair da balança. Só se tivesse uma balança com algumas pontas assim, um quadrado fechado.
 PROFESSORA: Pessoal! Algumas coisas que eu posso medir largura, comprimento. Tem coisas que eu posso sentir o peso e tem coisas que eu posso medir... Ah!
 GABRIELA: Em litros!!!
 PROFESSORA: Em líquido, como é que eu meço o...
 GABRIELA: Litro??
 GABRIELA: Professora, porque senão ele esparrama. Então, tem que ficar num lugar que ele não esparrama, que ele fique dentro.
 PROFESSORA: Então, a gente diz que aqui dentro tem um volume de água. Olha só, a Lúcia quer falar.
 LÚCIA: Pra saber quanto que pesa, coloca numa embalagem como a senhora mostrou, mas primeiro pesa a embalagem pra saber quanto que ela pesa, aí depois coloca o líquido lá dentro e, quando der o total, tira o total do peso da embalagem.
 PROFESSORA: Aí a gente tá falando do peso que é líquido e do peso que é bruto, nós não estamos falando do líquido, do peso. Do líquido da água, do leite. (degravação, vídeo n. 39, 16:21 min., 21/6/2010).

Nesse diálogo, a fala da aluna Gabriela nos leva a inferir que, mesmo que seus conceitos em ação e teoremas em ação estejam em processo, ela demonstra ter o conhecimento que para se medir o líquido seria necessário uma superfície de contato. Ao dizer: “Ó, tia, ele ia escorrer e ia sair da balança. *Só se tivesse uma balança com algumas pontas assim, um quadrado fechado*”, demonstra, assim, um conceito em ação. Por sua vez, a fala da aluna Lúcia – “para saber quanto que pesa, coloca numa embalagem... aí depois coloca o líquido lá dentro...” – confirma o que a Gabriela estava dizendo, que somente é possível medir o líquido se ele estiver dentro de um recipiente, ou seja, se ele estiver em contato com uma superfície. Interessante esse episódio, pois foi a partir de um exemplo do contexto social trazido pela professora, o leite, que as alunas expuseram o que estavam pensando. Esse fato nos mostra que, durante a aprendizagem, é essencial estabelecer uma relação entre professor, conhecimento e aluno, conforme defende Brousseau (2008). Para isso, os contextos de significação são extremamente necessários.

Imagem 51 – Aluna explica para professora e colegas como é possível medir a água



Todavia, nós, professores, também temos de estar atentos às confusões conceituais que nós mesmos cometemos, para que nossos alunos não façam proposições incorretas. Por exemplo, no diálogo C, vemos a professora dizendo: “Então, a gente diz que aqui dentro tem um volume de água.” Aqui aparece um erro conceitual comum: a confusão entre volume e capacidade. Estes dois conceitos são duas grandezas distintas e medidas de jeitos diferentes. Por exemplo, uma caixa de leite com capacidade para 1 litro apresenta três dimensões: altura (x), comprimento (y) e largura (z), as quais representam um conjunto de medidas, ou seja, um corpo que ocupa um lugar no espaço; portanto, este é o volume da caixa de leite – o resultado da multiplicação das três dimensões. Por sua vez, a capacidade é o quanto de leite eu posso armazenar dentro da caixa, de acordo com as medidas de suas dimensões, ou seja, seu volume. Temos que prestar atenção, pois, de acordo com o material armazenado na embalagem, a capacidade pode mudar, sendo que o volume da embalagem permanece o mesmo. Agora, é importante lembrarmos que, nas embalagens, vem escrito “volume 1 litro”, o que revela a diferença que existe entre o conceito de volume no contexto sociocultural e no contexto científico.

Assim, vimos, nesses diálogos, dois aspectos interessantes: *i*) as proposições feitas pelos alunos, pela professora e pela pesquisadora, ou seja, os teoremas em ação, apropriados à situação; e *ii*) a importância do papel da professora e pesquisadora na realização das intervenções, ou seja, ao promover a *reflexão na ação* com o intuito de propor novas situações, reflexões e estratégias para a reformulação e construção de outros conceitos, promovendo, assim, o conhecimento.

A partir de agora, vamos mostrar mais um diálogo que traduz quais conceitos espontâneos os alunos apresentaram em relação à unidade de medida de capacidade mililitro.

7.3.2 Conceitos espontâneos – Mililitros, pequeninhos litros

Quando a situação-problema é proposta ao aluno e ele a concebe como uma situação significativa, ele se envolve de tal forma, que entra em ação, troca ideias, reflete e estrutura outros esquemas de pensamentos para construir novos conhecimentos. Isso só se torna possível à medida que os envolvidos no processo tenham oportunidade de discutir, experimentar, inferir, ou seja, desde que possam de fato agir e utilizar materiais manipuláveis e suas representações.

Durante todo o trabalho aqui proposto, evitamos utilizar a palavra “objetos” para nomear os instrumentos utilizados nas tarefas propostas por ser um conceito amplo utilizado de várias formas e significados diferentes em diversas áreas do conhecimento. No entanto, para esta discussão, vamos utilizar o conceito trazido por Vergnaud (2009b, p. 22), que diz: por “objeto” é preciso compreender, ao mesmo tempo, objetos materialmente perceptíveis e “objetos construídos” pela cultura, pela ciência, pela técnica, ou pelo próprio sujeito individual. Nota-se que Vergnaud está chamando de “objeto” tanto as coisas manipuláveis, concretas, quanto as que não são palpáveis, nem passíveis de serem vistas a olho nu, como é o caso do conhecimento que tanto pode ser individual quanto coletivo.

Neste sentido, veremos, no contexto e nos diálogos a seguir, porque estamos trazendo essa definição de “objeto” para discutir a formação de conceitos da grandeza capacidade. Vejamos o contexto:

CONTEXTO:

Os alunos foram organizados para realizar tarefas com transvasamento de líquidos. A turma foi dividida em 6 grupos, cada grupo recebeu 2 recipientes (1 grande e 1 menor) e uma jarra contendo água colorida. Os recipientes grandes eram iguais para todos os grupos e os pequenos eram de tamanhos diferentes. Os alunos tinham que descobrir a capacidade do recipiente grande utilizando o menor como unidade de medida. Eles realizaram essa tarefa em 2 etapas, na primeira eles apenas mediam a capacidade do recipiente, ou seja, tinham que descobrir quantas vezes a unidade menor cabia no maior. E na segunda além de realizar o mesmo procedimento da primeira eles tiveram que graduar o recipiente maior, ou seja, foram marcando com a canetinha cada vez que colocavam um copinho de água no recipiente maior. Antes de iniciar a tarefa, a professora fez a seguinte pergunta aos alunos: Eu posso medir a água? Como?

Como o diálogo estabelecido entre a professora e os alunos foi longo, optamos por dividi-lo em três etapas: A3, B3 e C3.

7.3.2.1 Etapa A3 – Para medir a capacidade, é necessária uma unidade de medida

PROFESSORA: Como que a gente pode medir o líquido, a água?

GUILLE: Usando o pluviômetro pra medir a chuva.

PROFESSORA: Eu posso usar o pluviômetro pra medir a água da torneira lá de casa?

HUGO: Pode, porque a chuva também é água!

ALEX: Esgoto.

GUILLE: Você pode pegar um copo com medida. Lá na casa do meu amigo tem um copo que tem a medida.

PROFESSORA: Que medida? Como assim? É metro?

SAMUEL: Ml [o aluno não fala mililitro], essas coisa que nós fez de 2 litros. (degravação, vídeo n. 042, 16:20 min., e vídeo n. 43, 16:18 min., 8/9/2010).

Imagens 52, 53 e 54 – Alunos experienciando várias possibilidades de se medir a capacidade de um mesmo recipiente utilizando unidades de medidas diferentes (copos de diversos tamanhos)



Essa pergunta inicial feita pela professora para introduzir a tarefa proposta com a grandeza capacidade foi discutida na seção passada; no entanto, agora, o contexto é outro e os alunos já vivenciaram uma série de experiências com grandezas e medidas de comprimento e massa.

Notamos que as respostas dadas pelos alunos são bem diferentes; eles não estão afirmando que não é possível medir a água e nem relacionando que se mede líquido com litro e sólido com quilo. Eles já apontam a possibilidade de se medir a água, não sabem como ainda, mas sugerem algumas soluções, como por exemplo, o uso do pluviômetro ou um copo graduado, chamado de “copo com medida”.

Quando a professora pergunta “Eu posso usar o pluviômetro pra medir a água da torneira lá de casa?”, e o aluno Hugo responde: “Pode, porque a chuva também é água!”, inferimos que, para o aluno, não interessa qual seria o tipo de instrumento apropriado para medir a água, afinal tudo é água, por isso, tanto faz se será medida com pluviômetro ou com qualquer outro instrumento.

Isso demonstra que, apesar de o aluno saber que o pluviômetro é normalmente utilizado para se medir a água da chuva, pois eles construíram um na sala de aula, nota-se, em sua fala, que ele não compreendeu que aquele aparelho tem uma finalidade específica, que é medir a quantidade de chuva que cai em determinado espaço e tempo. Talvez tenha faltado construir alguns conceitos importantes relacionados à utilidade do pluviômetro e seu funcionamento.

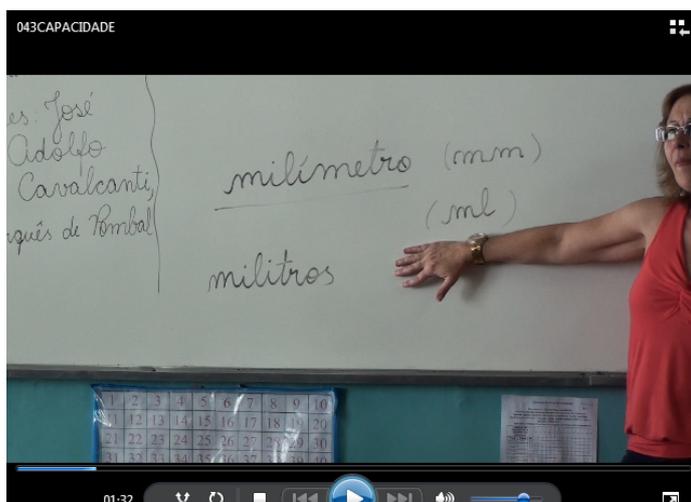
O que nos chama a atenção é que a fala do Guille – “você pode pegar um copo com medida” – serve como indicadora de que, para ele, é possível medir a capacidade e, para tal, é necessário utilizar um recipiente graduado. O fato de o colega Samuel dizer “MI [o aluno não fala mililitro], essas coisa que nós fez de 2 litros” é demonstrativo de que, para se medir a capacidade, existe a necessidade de se ter uma unidade de medida. Aqui percebemos que ele relaciona líquido com litro e que aparecem o ml e o litro como unidade padrão, mas não é mencionado o nome da unidade – mililitro –, mas, sim, somente o nome a sigla – ml –, que é um conceito trazido de seu contexto extraclasse.

Vamos para mais uma etapa do diálogo para ver como se desenrola a conversa e os conceitos espontâneos que aparecem:

7.3.2.2 Etapa B3 – Que nome eu dou para o ml?

PROFESSORA: Como que eu posso medir a água que eu bebo?
 HUGO: Pega aquele copo que tem os ml (aluno fala ml e não mililitro) e mede.
 PROFESSORA: Ah, é? O que é ml [professora também fala ml e não mililitro], alguém sabe?
 JOSÉ: Milímetro!
 PROFESSORA: Milímetro? Uai, mas milímetro não é mm? Ó! [professora escreve no quadro soletrando: – mm – milímetro] O que que é isso?
 ALUNOS: É o metro dividido em 1.000.
 PROFESSORA: Mas vocês falaram em ml.
 GUILLE: Ml é alguma coisa que tem litro. O “ele” [l] deve ser litro, eu acho que o “e” [l] é de litro.
 HUGO: Mil litros.
 ANDRESSA: Militros.
 GUILLE: Milímetro de litros.
 PROFESSORA: Pera aí, a Lúcia ta falando!
 LÚCIA: É como se fosse o milímetro só que é o milímetro do litro.
 (degravação, vídeo n. 42, 16:20 min., e vídeo n. 43, 16:18 min., 8/9/2010).

Imagem 55 – Professora escreve no quadro o nome dado ao mililitro pelos alunos – “militros e milímetro” – para continuar instigando os alunos a descobrirem o nome da medida



Nesta etapa, vimos que a professora continua fazendo as perguntas e instigando o pensamento dos alunos para que possam expor os seus conceitos. Percebemos que eles continuam sem falar o nome da unidade – mililitro –, mesmo verbalizando, e a professora também, pois podemos inferir que ela percebeu que eles ainda não sabem que o ml denomina-se mililitro, por isso, usa somente o nome da sigla (ml), revelando sua intenção de que eles descubram o nome da medida sozinhos.

No diálogo, aparece que os alunos fazem uma relação do ml com o mm, demonstrando que eles já sabem que o ml é um submúltiplo do litro, tanto que o

aluno Guille diz: “ml é alguma coisa que tem litro. O “ele” [ℓ] deve ser litro, eu acho que o “ele” [ℓ] é de litro.” Ao que, logo em seguida, Hugo completa: “Mil litros”, demonstrando já fazer uma relação de quantidade; contudo, eles não estão sabendo dizer qual o nome que se dá a esse submúltiplo, tanto que Andressa ensaia e diz: “militros”, e o aluno Guille chega a nomeá-lo de “milímetro de litro”. Para completar a ideia dos colegas, Lúcia diz: “é como se fosse o milímetro só que é o milímetro do litro.” Interessante nessa conversa é os alunos mostrarem que conseguiram transpor para a atividade daquele momento um conhecimento construído anteriormente no contexto da medida de comprimento, ou seja, eles já sabiam que o mm equivale a 1.000 partes do m, pois eles descobriram isso ao serem desafiados a construir o m quando trabalhamos com a grandeza comprimento. Isso nos leva a inferir que eles estão deduzindo que, se o mm é o m dividido em 1.000 pedacinhos, então o ml também seria equivalente a mil pedacinhos do litro. Essa fala dos alunos confirma que eles já têm o conceito de que o ml é uma parte do litro, no entanto, não sabem que essa parte do litro se chama mililitro.

Para que eles conseguissem descobrir o nome da sigla ml, foi necessário que a professora os instigasse mais ainda com algumas perguntas, as quais veremos na etapa C3.

7.3.2.3 Etapa C3 – Minilitros: pequenininho litro

PROFESSORA: Como assim? Mas o milímetro não é o metro dividido em 1.000 pedacinhos? 1.000 ml é o que? É o metro dividido em 1.000 pedacinhos de litros. Como assim, não entendi?

CINDI: É a mesma coisa.

ARTHUR: Eu acho que o ml são 1.000 milímetros.

PROFESSORA: Como que eu escrevo. É isso aqui ml, militros?

ANDRESSA: Mil litros.

PROFESSORA: Andressa é isso aqui?

MARCELO: Aí, é mililitros.

GUILLE: Minilitros é um pequenininho litro.

PROFESSORA: Ah, é? Então, é igual a um pequenininho litro?

GUILLE: Não! Não é um pequenininho, é um pedacinho. De qualquer jeito vai fazer parte do litro.

PROFESSORA: Tá tudo certo! É isso mesmo. Agora nós vamos medir a água. (degravação, vídeo n. 42, 16:20 min., e vídeo n. 43, 16:18 min., 8/9/2010).

O que mais nos chamou a atenção neste trecho foi a fala do Guille, que disse: “minilitros é um pequenininho litro.” É interessante os termos que os alunos encontram para dar nomes as coisas: “pequeninho litro” para nomear o ml. Isso demonstra que

o aluno tem consciência de que o litro é dividido em partes, ou seja, ele já tem compreensão de parte-todo quando se refere à unidade ml, que consiste num conhecimento importante para compreender outros conceitos referentes à grandeza capacidade, por exemplo, o de proporcionalidade, conservação, comparação etc.

Nas três etapas discutidas, vimos que os alunos demonstraram segurança no que estavam dizendo, eles tinham plena consciência de que o mililitro era uma unidade de medida menor que o litro, como também que 1 litro contém 1.000 ml. A única dificuldade que encontraram foi não saber que nome dar à sigla ml, reforçando a ideia que, muitas vezes, o aluno tem o conceito, mas tem dificuldade em sua verbalização. Esse fato demonstra que, mais que saber uma definição ou uma terminologia, o importante é construir o conceito. Construir conceitos não é uma tarefa tão fácil, depende de uma série de coisas: boas perguntas, situações-problema interessantes e desafiadoras, ambiente matematizador e problematizador, contato com diversos materiais e instrumentos etc.

Imagens 56, 57 e 58 – Diversos materiais e instrumentos para se trabalhar com a grandeza capacidade



Imagens 59, 60 e 61 – Alunos descobrindo o ml



Quando falamos em materiais e instrumentos, estamos nos referindo à definição dada por Vergnaud (2009), discutida no início desta seção, que os inclui na palavra “objeto”, podendo tanto representar os instrumentos como o conhecimento. As falas das crianças nos mostraram essa possibilidade, por exemplo, quando mencionaram pluviômetro, “copo com medida”, ml, “pequeninhos litro” etc. Conforme Vergnaud (2009), isso mostra que as ações sobre os objetos traduzem os esquemas que as crianças elaboram, nos quais estão incluídos os objetivos, as regras de ação, os conceitos em ação, os teoremas em ação e as possibilidades de inferência em situação.

Diante disso, é essencial falar, mais uma vez, da importância do papel do professor em sala de aula como aquele que propõe, discute, instiga, escuta, reflete, dialoga, pesquisa, estuda etc. com os alunos e colegas de trabalho. O professor deve ser capaz de identificar e compreender os esquemas de ação e de pensamento dos alunos para propor situações-problema que os façam avançar no seu processo de aprendizagem e na construção de conceitos. Nesse sentido, a

linguagem – significantes e significados – aparece como elemento importante na construção dos conceitos. Acreditamos que, assim, seriam possíveis as mudanças na organização do trabalho pedagógico, teríamos menos crianças e jovens com medo da matemática e mais e mais alunos aprendendo. Muniz diz:

O interesse pela identificação e compreensão de esquemas é mais uma oportunidade de interação aluno-professor na construção de um diálogo mais profícuo nas aulas de matemática. Este diálogo de evidência dos esquemas é uma chave necessária e urgente mudança da organização do trabalho pedagógico, assumindo a verbalização do aluno sobre suas produções como parte essencial da produção matemática na escola. Dessilenciar a aula de matemática é preciso [...]. (MUNIZ, 2009c, p. 49).

Dessilenciar a aula de matemática é justamente experienciar o que os alunos vivenciaram ao serem desafiados a realizar tarefas referentes às grandezas e medidas de comprimento, massa e capacidade.

Encerramos aqui as análises das informações das grandezas comprimento, massa e capacidade.

No próximo capítulo, iremos revisitar os 12 princípios propostos em nosso referencial teórico à luz do que as análises das produções matemáticas nos revelaram, assim como realizaremos uma reflexão sobre a construção desta investigação-colaborativa interpretativa quanto aos objetivos e à questão inicialmente proposta.

8 OS PRINCÍPIOS – ÉRAMOS 12 E AGORA SOMOS 20 PRINCÍPIOS PARA A CONSTRUÇÃO DE CONCEITOS DAS GRANDEZAS E MEDIDAS

O estudo ora proposto baseou-se, sobretudo, na Formação de Conceitos de Vigotsky (2000), na Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud (2009c), nos 12 Princípios discutidos por Muniz, Batista e Silva (2008), entre outros, como Brolezzi (1996), Caraça (2010) etc.

A partir desses pressupostos teóricos, planejamos as orientações pedagógicas e, conseqüentemente, os alunos refletiram, agiram e elaboraram suas próprias estratégias de ação para avançarem em seu processo de aprendizagem no que se refere às grandezas e medidas comprimento, massa e capacidade. Este foi o cenário desta investigação.

Assim, após realizar as análises das informações produzidas, percebi que seria importante discutir, à luz dos resultados encontrados, os 12 Princípios propostos pelos autores ora citados, considerando que fizeram parte da elaboração das estratégias didáticas utilizadas por nós.

Para explicitar onde quero chegar com tal discussão, revisitarei o objetivo geral de nosso estudo, que foi realizar uma análise para buscar compreender a formação de conceitos no campo das grandezas comprimento, massa e capacidade nos anos iniciais, especificamente durante o processo de aprendizagem de alunos do 4º ano do EF.

Então, agora é o momento de realizar reunir os resultados obtidos com as análises das informações produzidas acerca das grandezas comprimento, massa e capacidade, ou seja, de buscar identificar os elementos que perpassam a três diferentes grandezas.

No quadro 10, são mostradas as seis subcategorias discutidas nas três grandes categorias: comprimento, massa e capacidade. Em cada uma delas, aponto os principais conceitos que apareceram no momento em que os alunos foram desafiados a resolver as situações-problema propostas pela professora e por mim.

Veremos que são conceitos em formação, o que era de se esperar com grupo de crianças com idade média de 9 anos, uma vez que um conceito não é algo pronto e acabado; ele está sempre em constante mudança e transformação, e sabemos que, a cada nova situação, podemos acrescentar algum conhecimento e modificar os conceitos anteriores. Nesse contexto, consideramos que a escola deva se

constituir em um ambiente que favoreça esse movimento permanente de conceitualização. Como as crianças que participaram deste estudo têm uma longa caminhada pelos espaços escolares, sociais e culturais, cremos que ainda irão refletir, modificar, elaborar e construir muitos outros conceitos. O resultado em termos de conceitos desvelados torna-se possível à medida que levamos em consideração a história sociocognitiva e cultural dessas crianças.

No quadro 10, será possível visualizarmos os conceitos em formação. O quadro foi montado da seguinte forma: na coluna da esquerda apresento as três grandes categorias – comprimento, massa e capacidade –, acima temos as seis subcategorias discutidas nas análises das informações produzidas das grandes categorias e, no centro, são apresentados os conceitos que os alunos foram construindo ao longo do processo. Em seguida, realizo uma discussão sobre esses conceitos junto com os 12 princípios propostos por Muniz, Batista e Silva (2008), apresentados em nosso referencial teórico.

Quadro 10 – Confluência dos resultados a partir das análises das informações produzidas

CATEGORIAS	CONCEITOS EM FORMAÇÃO					
	Comunicação: a possibilidade de construir novos conceitos a partir do diálogo entre alunos e destes com a professora e a pesquisadora	Percepção: o ponto de partida para a construção dos conceitos sobre grandezas e medidas comprimento, massa e capacidade	Estratégias de medida: as ações dos alunos quando são desafiados a medir as grandezas comprimento, massa e capacidade	Intervenção pedagógica: atos necessários para a construção de conceitos sobre grandezas e medidas comprimento, massa e capacidade	Parte/todo: as relações de ordem no caso contínuo – um dos problemas da medida das grandezas comprimento, massa e capacidade	Senso de justiça na construção de conceitos de grandezas e medidas comprimento, massa e capacidade
Comprimento	Unidades legais: milímetro (milésima parte do metro e decímetro (centésima parte do metro))	Noção de proporção. Comparação. Conservação. Parte/todo. Unidade padrão arbitrária.	Quantificação. Estimativa perceptiva. Números decimais (intervalos).	Construção do metro (1 metro é igual a 100 cm). Relação de ordem (parte /todo).	Comparação. Parte/todo (intermediário).	Esta categoria não apareceu nas análises das informações produzidas nesta grandeza.
Massa	Unidades legais: quilo, grama, miligrama. (milésima parte do grama). Parte/todo: Números decimais. Peso líquido e peso bruto.	Noção de proporção. Comparação. Conservação.	Comparação. Quantificação. Estimativa perceptiva. Parte/todo. Operações aritméticas: adição, multiplicação.	Unidades legais: quilo, grama, miligrama (milésima parte do grama). Parte/todo. Números decimais.	Comparação. Parte/todo (intermediário).	Equilíbrio. Comparação.
Capacidade	Líquido/sólido (como se mede). Superfície de contato. Unidades legais: mililitro (milésima parte do litro).	Noção de proporção. Comparação. Conservação.	Comparação. Quantificação. Estimativa. Operações aritméticas: adição e multiplicação.	Líquido/sólido (como se mede). Superfície de contato. Unidades legais: mililitro (milésima parte do litro).	Noção de proporção. Comparação. Conservação.	Esta categoria não apareceu nas análises das informações produzidas nesta grandeza.

É possível notar, a partir do quadro 10, que os conceitos em formação como comparação, conservação, quantificação, proporção, relação parte/todo etc. apareceram praticamente em todas as grandezas comprimento, massa e capacidade. Ficou claro que, para se apropriarem dos conhecimentos referentes às três grandezas, foi necessário que os alunos compreendessem que, para se medir uma grandeza, é preciso comparar, escolher a unidade a ser medida e, por sua vez, encontrar um número que expresse o resultado da comparação com a unidade escolhida, ou seja, quantificar o tamanho da grandeza medida. Com isso, pudemos perceber que foi essencial elaborar as orientações pedagógicas apoiando-se nos 12 princípios mencionados no referencial teórico, uma vez essas orientações foram discutidas na coordenação pedagógica e foram levadas para sala de aula sob a forma de situações didáticas (BROUSSEAU, 2008).

Uma das primeiras sequências didáticas propostas foi baseada no primeiro princípio, segundo o qual, “o ponto de partida do estudo de medidas é a percepção”. Assim, podemos dizer que nossos resultados confirmaram que, se quisermos que nossos alunos avancem no seu processo de aprendizagem no que se refere à formação de conceitos de medidas e grandezas comprimento, massa e capacidade, faz-se necessária a elaboração de situações-problema que, de fato, possam iniciar pela percepção. Foi a partir das várias tarefas propostas pela professora e por mim que os alunos puderam perceber e sentir o que é maior que, menor que, igual a, é mais pesado que, mais leve que etc. Ao experimentarem tais situações, deram início à formação de alguns conceitos essenciais como comparação, conservação, noção de proporção e relação de ordem para compreender o que é medir, como se mede e o que é uma grandeza.

O terceiro princípio se refere às unidades arbitrárias, ou seja, prevê que, ao serem desafiados a medir algo, os alunos devem primeiro eleger uma unidade que não seja nem legal, nem padrão. Os alunos utilizaram instrumentos como unidades de medida não padronizadas: caderno, caneta, borracha, partes do corpo etc. para medir o comprimento ou a largura de alguns materiais da sala. Com isso, foi possível identificar que eles, além de desenvolverem sua percepção, foram capazes de perceber a conservação da quantidade. Temos como exemplo a descoberta das alunas Gabriela e Cindi, quando disseram que o “tecido continua do mesmo tamanho, ele não é mais nem menos”, “a diferença não é do tecido, é dos pés”, permitindo-nos afirmar que propor situações baseadas nesse princípio também

proporcionam também a construção de conceitos como a noção de proporção, que geralmente é explorada formalmente somente no 7º ano do Ensino Fundamental.

Essas situações propostas, baseadas no princípio anterior, levaram os alunos a perceberem que seria necessário estabelecer uma unidade padrão para medir a distância entre a porta da sala de aula e o portão da escola, e a unidade escolhida foi o pé da colega Babi. Essa atitude dos alunos confirma que “a transferência da unidade arbitrária para a unidade padrão deve ser uma decorrência de uma relação social do grupo em questão”, postulado que consiste justamente no 4º princípio. Por isso, a importância de deixar que os alunos reflitam, ajam e discutam sobre o ato de medir. Assim, é possível que eles construam conceitos como a relação de ordem, ou seja, possam compreender que medida se relaciona com a parte dentro do todo e que entre uma parte e outra pode haver um intermediário levando-os a construção dos números decimais.

O 5º princípio prevê que a “transferência da unidade padrão para unidade legal deve estar vinculada à história da civilização, de acordo com o nível de ensino”, concordo em parte com este princípio, não sei se posso afirmar que essa mudança deva estar vinculada à história da civilização. Creio que o que provoca a transferência é uma situação didática bem pensada, discutida e planejada, mesmo assim, ainda corremos riscos. Foi o que aconteceu tanto na grandeza comprimento como na grandeza massa, quando os alunos encontraram outras estratégias de medida, diferentes das esperadas por mim e pela professora, ao serem desafiados a medir comprimentos ou larguras de materiais da sala de aula menores, maiores ou igual a 1 m com os canos de PVC que mediam 1 m de comprimento, bem como quando tiveram de medir a massa de qualquer material utilizando as balanças de prato e os pesos, sem saber quanto estes pesavam.

Nossa intenção com a situação-problema proposta era justamente colocar os alunos em situação de conflito para que sentissem a necessidade de utilizarem instrumentos culturalmente construídos pelos homens como fita métrica, trena, régua etc., como também recorressem à história dos pesos e medidas, mas isso não aconteceu. Talvez, por isso, penso que seja o caso de rever esse princípio. É claro que não podemos descartar a história da civilização, ela é importante e deve fazer parte da construção dos conhecimentos. Mas acredito que este princípio poderia ficar assim: “a transferência da unidade padrão para unidade legal deve acontecer a partir de situações-didáticas (BROUSSEAU, 2008) que levem em conta as

estratégias de medidas encontradas pelos alunos e a história da civilização, de acordo com o nível de ensino”.

Muito bom é o 6º princípio, segundo o qual, “é de fundamental importância que a escola estabeleça a relação entre as unidades legais com as unidades culturais, caso não queira alijar sua função social”. Em minhas análises, pude identificar que as próprias crianças encontram termos para nomear as unidades legais, como por exemplo, “milímetros são pauzinhos que separam os números”, “miligramas são mini, mini, mini quilogramas” e “mililitros são mililitros ou pequenininhos litros”. É claro que esses termos utilizados pelos alunos não são as unidades culturais previstas pelos autores dos 12 princípios, eles estão se referindo à diversidade cultural das unidades de medidas que temos em nosso país como alqueire goiano, mineiro, paulista, are, hectare etc.

No entanto, o que gostaria de destacar é que as expressões utilizadas pelos alunos podem fazer parte de um contexto cultural construído em sala de aula, e que eles não devem ficar intimidados por não utilizar os termos “corretos”, ou seja, que nós professores devemos ser sensíveis para acolher essas expressões e, no momento adequado, realizar a intervenção para que eles percebam que existem outros nomes correspondentes às unidades legais do SLM, podendo ter conhecimento da diversidade cultural do nosso país.

Acredito que o 7º princípio seja a chave mestra do processo de aprendizagem e ensino de grandezas e medidas, pois, se os alunos não tivessem manipulado tanto os materiais concretos, talvez não tivessem construído tantos conceitos quanto os que apareceram em nossas análises das informações. Foi o agir com os diversos instrumentos que fez com que os alunos entrassem em atividade e demonstrassem com espontaneidade e criatividade tantas situações adidáticas.

Assim, medir revela-se como ação efetiva sobre instrumentos que utilizam ou não unidades de medidas. Não vamos relatar as situações aqui, pois já se encontrarem suficientemente detalhadas nas análises; todavia, gostaria de chamar a atenção para a importância de a criança, desde cedo, familiarizar-se com os materiais concretos, seja na família ou na escola. Manipular material concreto fazendo uso instrumentos de medidas deveria ser uma atividade presente desde o início da Educação Infantil, pois assim, gradualmente as crianças iriam desenvolvendo suas percepções do que seja medir, como se mede, para que medir etc. de modo que não

gere tanta euforia como aconteceu em nossos estudos quando fomos propor as situações didáticas para apreensão das grandezas massa e capacidade.

Não podemos deixar de acrescentar que a concretização desta pesquisa foi possível justamente por ter se dado dentro do espaço escolar, numa sala de aula, lugar onde se encontram muitos “seres matemáticos” curiosos, criativos, inovadores e questionadores, sempre em busca de novos conhecimentos, pois ainda acreditam em si, nas suas capacidades de produzir respostas e solução às situações. É justamente o que nos sugere o 11º princípio: “a escola deve ser o lugar de trabalhar com o sistema de medida por ser o espaço de socialização e de compreensão das relações estabelecidas na sociedade.

O 2º, 8º, 9º e 10º princípio perpassaram por nossas ações enquanto realizávamos o estudo ora proposto, no entanto, creio que não atingimos todas as dimensões que eles requeriam, como por exemplo, perpassar todo o espaço curricular; trabalhar a real dimensão do sistema de medida, contextualizando sempre; vincular o ensino das medidas de superfície, de massa, de capacidade, de volume e de comprimento e, por fim, inter-relacionar o estudo das medidas à geometria.

Por fim, consideramos o 12º princípio, aquele que desafia e rompe com o paradigma de que primeiro se ensina o número e depois se ensina o que é uma grandeza como correspondendo a noção de medir. Pelo contrário, nosso estudo mostrou que propor situações-problema que se relacionem com as grandezas e medidas comprimento, massa e capacidade proporcionam a construção de uma série de conceitos citados anteriormente e, entre eles, estão os números decimais.

São 12 princípios bem elaborados que contribuiriam bastante para o estudo ora proposto. Buscamos trazê-los para discussão final desta pesquisa com o intuito de mostrar o quão eles são necessários para nortear o trabalho com as grandezas e medidas comprimento, massa e capacidade nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Contudo, não poderia deixar de, após um estudo dinâmico, reflexivo e colaborativo, com resultados interessantes e significativos das produções dos alunos, propor mais alguns princípios que também podem contribuir com a formação de conceitos das grandezas e medidas comprimento, massa e capacidade. São eles:

- 13º princípio: contar histórias e deixar que os alunos as dramatizem contribui para a construção de conceitos de grandezas e medidas;

- 14º princípio: propor situações-problema interessantes e significativas permitem que os alunos desenvolvam suas lógicas próprias e, assim, construam diversos conceitos acerca de grandezas e medidas;
- 15º princípio: a mediação pedagógica entre alunos e professor é essencial no processo de aprender-ensinar as grandezas e medidas comprimento, massa e capacidade para a formação de novos conceitos;
- 16º princípio: não basta apenas fazer receitas em sala de aula sem que os alunos possam estabelecer uma relação das unidades de medida com suas medidas, ou seja, deve ser possível que eles façam uso de equivalência. Exemplo, uma xícara de farinha equivale a x gramas, um copo de leite equivale a y mililitros etc. Isso, sim, proporciona a construção de vários conceitos de grandezas e medidas;
- 17º princípio: o trabalho em sala de aula com o tema grandezas e medidas proporciona a transposição de um conhecimento construído anteriormente para outro em construção à medida que os alunos percebem a relação estabelecida entre as grandezas;
- 18º princípio: a comunicação entre os envolvidos no processo aprender e ensinar grandezas e medidas proporciona o aparecimento de ideias que geram a construção das terminologias das unidades de medidas, sejam elas construídas no espaço social e cultural ou pelos próprios alunos;
- 19º princípio: mais do que conhecer nomenclaturas, é importante estar atento aos conceitos já construídos pelos alunos e às suas dificuldades de verbalização durante a aprendizagem das grandezas e medidas; e
- 20º princípio: a linguagem – significantes e significados – aparece é elemento importante na construção dos conceitos de grandezas e medidas.

Assim, confirmamos que os 20 princípios propostos além de favorecer a reflexão e contribuir para o aprender e ensinar, podem trazer contribuições mais amplas para o contexto pedagógico da Educação Matemática nos anos iniciais.

Enfim, chegamos ao final de nossas discussões e podemos dizer que atingimos os objetivos propostos, quais sejam: identificar os conceitos que, segundo a professora regente, precisam ser construídos, nos anos iniciais, durante a aprendizagem e ensino de grandezas e medidas: comprimento, massa e capacidade nos anos iniciais; observar, na sala de aula, as tarefas propostas pelo professor regente, as quais favorecem o desenvolvimento conceitual das grandezas e medidas comprimento, massa e capacidade nos anos iniciais; identificar os recursos utilizados em sala de aula que contribuem na construção dos conceitos sobre grandezas e

medidas comprimento, massa e capacidade nos anos iniciais; e descrever e analisar descrever e analisar a formação de conceitos no campo das grandezas e medidas: comprimento, massa e capacidade de alunos do 4o ano do EF.

Isso somente foi possível porque houve envolvimento de todos os protagonistas dessa história: professora, alunos, pesquisadora e escola. Discutir, refletir, criar, elaborar, planejar, propor, intervir foram ações essenciais para identificar que conceitos como comparação, conservação, noção de proporção, relação de ordem, parte/todo, quantificação e números decimais estão em formação no campo das grandezas e medidas comprimento, massa e capacidade. O que me leva a concluir que elaborar e propor situações-didáticas baseadas nos 12 princípios propostos por Muniz, Batista e Silva (2008) e nos oito propostos por mim, neste estudo, possibilita a construção de conceitos fundamentais para compreender as grandezas e medidas comprimento, massa e capacidade.

Dessa maneira, o grande desafio está justamente em levar tais princípios para os espaços de formação inicial e continuada dos professores que atuam nos anos iniciais, visando proporcionar uma discussão e reflexão acerca da formação de conceitos no que se refere ao processo de aprendizagem e ensino de grandezas e medidas, para que seja possível pensar e (re)pensar as propostas curriculares.

9 CONSIDERAÇÕES FINAIS

*Todo começo tem um fim,
no entanto, o fim é apenas o
começo para (re)começar
tudo novo.*

Cília

A meta deste estudo foi construir um cenário de pesquisa colaborativo e interpretativo, em que pesquisador e sujeitos participantes fossem os protagonistas dessa história. Dessa forma, posso dizer que o desenvolvimento da minha experiência pedagógica junto à professora e às crianças foi intensa, pois a minha história de vida – constituída uma parte no interior de Minas Gerais, nos quintais da minha casa e na fazenda de meus avós; e outra na Capital Federal, Brasília –, bem como minha experiência docente em escolas públicas do DF não me permitiram que eu fosse uma pesquisadora neutra no ambiente escolar, pelo contrário, tornaram-me uma pesquisadora ativa ao lado da professora e dos alunos, visto que, durante todo o percurso metodológico – construção do cenário da pesquisa, participação nas coordenações pedagógicas, idas para sala de aula etc. –, levaram-me a estabelecer um diálogo com os sujeitos participantes e, ao mesmo tempo, à construção de uma pareceria que nos proporcionou muitas aprendizagens.

Por isso, ao refletir sobre os processos e produtos dessa investigação, o leitor estará, de certa forma, analisando e avaliando, num primeiro plano, as proposições de Batista, Muniz e Silva (2002) e, num segundo, como a escola, por intermédio dessa pesquisa, apropriou-se da sequência didática, reelaborando-a com diversas e desafiantes estratégias.

Diante disso, busquei atingir os objetivos propostos respondendo a nossa primeira questão: quais conceitos devem ser construídos durante a aprendizagem e ensino de grandezas e medidas comprimento, massa e capacidade nos anos iniciais?

Ao longo do estudo, vimos que foram muitos os conceitos em formação explicitados pelos alunos, todos de significativa relevância para a apropriação do conhecimento do tema proposto – grandezas e medidas comprimento, massa e capacidade. No entanto, quero destacar os de proporção, comparação, conservação, quantificação e terminologia das unidades de medidas.

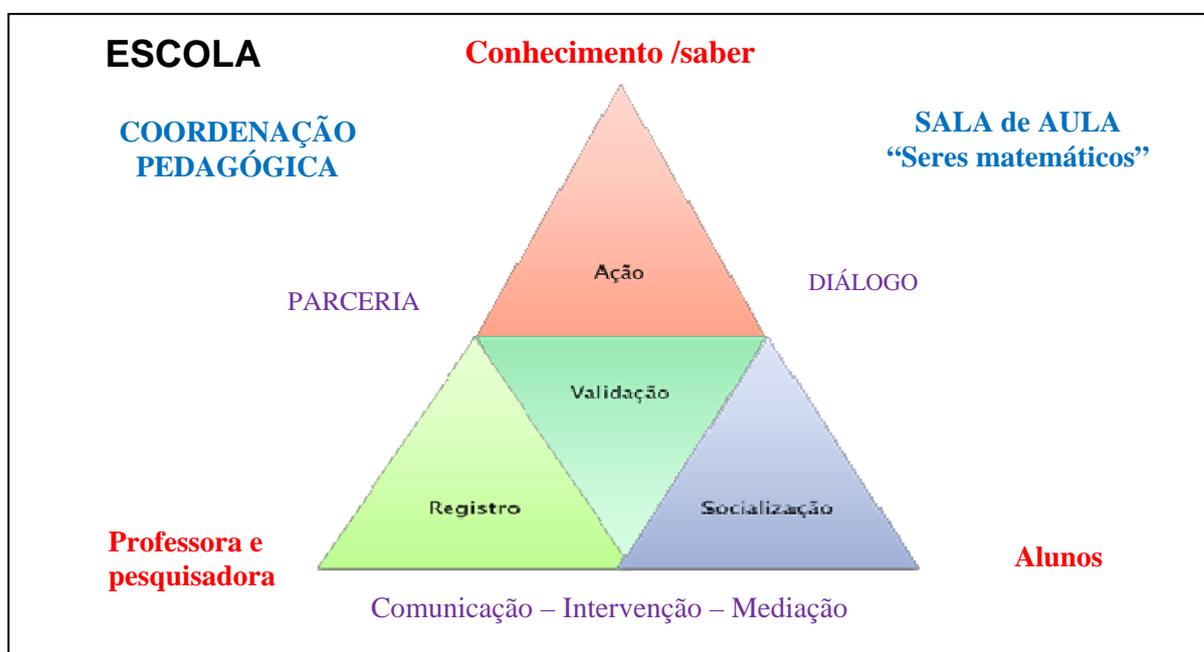
Durante todo o processo da construção das informações, percebi que foram essenciais os encontros no espaço da coordenação pedagógica com as professoras

do 4^o ano do EF. Foi ali que pudemos discutir as sequências didáticas desafiadoras para os alunos e, com isso, observar que as tarefas propostas pela professora regente e pela pesquisadora contribuíram para a formação de diversos conceitos no campo das grandezas e medidas, tal como já destacamos. Desse modo, posso dizer que boas sequências de atividades se traduzem em situações didáticas que levam o aluno a transformar suas estratégias de ação em situações adidáticas na formação de novos conceitos de grandezas e medidas. Cabe ressaltar, que durante este estudo, propus sequências didáticas sem considerar e tratar da Teoria das Situações Didáticas proposta por Brousseau (2008). Outro ponto de destaque é que algumas sequências didáticas focaram a grandeza sem levar em consideração a medida, principalmente quando se desafiou o aluno a perceber as grandezas sem quantificá-las. Temos como exemplo o momento em que os alunos foram desafiados a perceber a massa das embalagens: *i)* somente olhando, sem tocar nas embalagens; *ii)* segurando as embalagens com apenas uma mão; e *iii)* segurando as embalagens com as duas mãos.

Outra questão era a de tentar esmiuçar as práticas pedagógicas de que a professora lança mão para favorecer a construção dos conceitos de grandezas e medidas comprimento, massa e capacidade nos anos iniciais. O cenário de pesquisa foi construído num espaço dinâmico, vivo, pulsante e democrático, numa escola pública e numa sala de aula que se diferencia da maioria das existentes no Distrito Federal. Deparei-me com uma professora questionadora, interessada, criativa, aberta a mudanças e ao novo. Uma professora com grande experiência em sala de aula e que acredita que “todos podem aprender”. Ao mesmo tempo, contei com alunos curiosos, criativos e com muita vontade de aprender. Dessa forma, em todo período que estive em sala de aula e na escola, percebi que a professora levou vários recursos materiais como instrumentos de medidas, receitas, situações-problema etc., proporcionando diversas tarefas interessantes e desafiadoras; dinamizando a sala de aula por meio da organização de atividades em grupo, em duplas e individuais; e abrindo espaço para que os alunos pudessem falar, agir e manipular os materiais. Todavia, senti falta de um processo importante na consolidação do conceito: o registro das informações. Poucas vezes a professora solicitou que os alunos, após realizarem as situações-problema, escrevessem, elaborassem ou respondessem a algum exercício elaborado. Discutimos algumas vezes sobre isso no espaço da coordenação, mas não obtivemos sucesso. Talvez

pela dinâmica da própria escola, que vivencia um tempo em busca do cumprimento dos conteúdos, da otimização de diversos projetos, isso não tenha acontecido. Não tenho como aprofundar aqui essa discussão porque não foi foco de nossos estudos, no entanto, chamo a atenção para a importância de quatro etapas fundamentais para a construção dos conceitos na prática do professor e do aluno: ação, registro, socialização e validação. Significa que, anteriormente, a professora pensa, planeja, elabora e propõe boas situações-problema, por sua vez, o aluno entra em ação-situação, ou seja, entra em atividade, procura soluções para o problema proposto, socializa com os colegas e/ou com a professora e, por fim, faz o registro, seja em produção coletiva, escrita das descobertas, resolução de algum problema proposto, exercícios em folhas etc. Assim, no momento em que o aluno para para pensar, socializar e registrar o que foi feito, ele reflete sobre suas ações e mentalmente estrutura seu pensamento para a construção de conceitos, o que o leva a validar seus esquemas de ação. Acredito que essa foi a dinâmica do cenário de pesquisa, que podemos demonstrar dessa forma:

Figura 5 – A relação entre a lógica do conteúdo e a lógica do processo no espaço escolar



Por fim, a última questão: quais processos de aprendizagem e ensino são mobilizados pelos alunos na formação de conceitos no campo das grandezas e medidas comprimento, massa e capacidade nos anos iniciais?

A meu ver, essa questão é a mais instigante e fascinante, pois, para respondê-la, recorreremos ao nosso objetivo geral que diz: analisar a formação de conceitos no campo das grandezas e medidas: comprimento, massa e capacidade de alunos do 4o ano do Ensino Fundamental (EF).

Ao buscar responder a essa questão, vimos, nos processos de aprendizagem dos alunos, a formação de novos conceitos com relação ao tema estudado. Foi possível identificar, observar e descrever como eles estruturam seus esquemas de pensamento buscando desvelar conceitos e teoremas em ação, manipulando os materiais, encontrando soluções para os problemas e utilizando estratégias para medir as grandezas.

Diante do exposto, após analisar e descrever as informações produzidas na sala de aula de uma escola pública do DF, posso responder à problematização central deste estudo: “as tarefas propostas em sala de aula contribuem para a formação de conceitos sobre grandezas e medidas comprimento, massa e capacidade em sala de aula?” Posso dizer que sim, desde que haja um investimento na elaboração, claro que, com algumas considerações, com intervenção e mediação.

Foram muitos os desafios; todavia, tenho consciência da relevância deste estudo para a Educação Matemática no que se refere aos conceitos na aprendizagem-ensino das grandezas e medidas comprimento, massa e capacidade nos anos iniciais. Relacionamos a seguir as principais contribuições desta pesquisa:

- 1) mostrar a importância da aprendizagem das grandezas e medidas para a aprendizagem e o ensino da matemática nos anos iniciais;
- 2) permitir um possível rompimento com a ordem histórica dos currículos e livros didáticos, que geralmente deixam os temas grandeza e medida para serem discutidos no final, não levando em consideração que são conteúdos que deveriam ser trabalhados durante o ano todo e perpassar toda a grade curricular, mesmo tendo consciência das mudanças nas políticas públicas do Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) e na ampliação e inovação curricular;
- 3) desvincular o ensino de medida na escola das unidades padrão estabelecidas e das transformações mecânicas de múltiplos e submúltiplos,

permitindo novos saberes para o ensino de grandezas e medidas nos anos iniciais;

- 4) identificar a importância de se romper com a ideia de que a construção do número nos anos iniciais está atrelada apenas aos números naturais, ou seja, que é fundamental incluir nas propostas de ensino as quantidades discretas e contínuas;
- 5) apontar novas estratégias pedagógicas e didáticas para o “fazer matemático” em sala de aula, no que se refere ao processo de aprendizagem das grandezas e medidas;
- 6) acrescentar mais 8 princípios aos 12 já propostos, contribuindo para a formação de conceitos no que se refere ao tema grandezas e medidas nos anos iniciais; e
- 7) destacar a importância de proporcionar e promover formações continuadas e em serviço aos profissionais da educação dos anos iniciais.

Agora penso que sou capaz de responder às perguntas “Que raio de professora eu sou?” e “Que pesquisadora quero ser?” O tempo passou e posso dizer que a menina e a jovem dos tempos de escola superou vários obstáculos: venceu o medo e a timidez; compreendeu que todos podem aprender; buscou alcançar seus sonhos e hoje encerra mais um rito de passagem em sua trajetória – ser mestre em educação.

No início, predominava aquela ideia de me tornar uma professora melhor em sala de aula. Mas o que é ser um bom professor? Depois de dois anos convivendo com o espaço acadêmico, a única resposta que tenho é: “só sei que nada sei”, pois termino este estudo com algumas inquietações e incompletudes. Porém, ao mesmo tempo, termino com a sensação de que sou capaz e fui capaz de desenvolver esta pesquisa e de alguma forma fazer a diferença no espaço escolar, pois a sensação que fica é a de que despertei muitas reflexões.

Penso que é isso que poderia me tornar uma professora melhor: estudar e perceber que as teorias somente me dão respostas se eu estiver lado a lado com os alunos em sala de aula – perguntando, intervindo e mediando o processo de aprendizagem –, desafiando-os a pensar, argumentar, agir, registrar, socializar e

validar. As incompletudes às quais me referi permitem-me pensar que nem sempre serei uma supermulher e, muito menos, uma superprofessora, afinal, sou humana, e essas incompletudes fazem parte do meu ser. As inquietações me impelem a não desistir e continuar buscando e estudando; porém, necessito de tempo para refletir, degustar e transformar os conhecimentos adquiridos em saberes ou vice-versa; melhor dizendo, necessito amadurecer minhas construções, e tenho consciência de que isso somente será possível se eu continuar estudando e pesquisando. Por isso, novos rumos me esperam; se anteriormente já pensava assim, agora, mais do que nunca, acredito que a educação somente acontece numa rede de trocas, de experiências, de saberes, de dúvidas, de respeito, de compreensão, de paciência pedagógica e de coletividade.

Enfim, foi a coragem do professor Cristiano, meu orientador, com seus conhecimentos e saberes, bem como sua sensibilidade em intervir no momento certo e sua credibilidade que instigou minha ousadia em desafiar a professora e os alunos a fazerem parte desse estudo, contribuindo para a construção do cenário de pesquisa, e tornando-a mais um recurso a ser utilizado por todos aqueles que têm interesse em fazer a diferença durante a aprendizagem e ensino das grandezas e medidas comprimento, massa e capacidade nos anos iniciais.

A história não se encerra aqui, este é apenas o (re)começo para começar tudo novo. Os processos de aprendizagem dos alunos sempre me fascinam, por isso, para um futuro próximo, penso que este estudo me levará a investigar, nos processos de aprendizagem de alunos dos anos iniciais, a construção dos números decimais a partir do ensino das grandezas e medidas capacidade, massa e comprimento, pois, durante este estudo, algumas estratégias dos alunos ao registrar e operar com os números decimais me chamaram a atenção. Infelizmente, o tempo e o foco do trabalho não permitiu que avançássemos nessas discussões.

Encerro minhas palavras e acredito que no futuro poderia buscar responder às seguintes questões: Quais conceitos aparecem na construção dos números decimais? Existe uma lógica de transição na passagem da aprendizagem dos números naturais para os números decimais? Como poderia ocorrer essa transição? É possível estabelecer uma relação com os números decimais, durante a aprendizagem dos números naturais a partir do sistema de numeração decimal?

REFERÊNCIAS

ALMOULOU, S. A. *Fundamentos da didática da matemática*. Curitiba: Editora da UFPR, 2007.

BARBIER, R. *A escuta sensível na abordagem transversal*. São Carlos: UFSCar, 1998.

_____. *L'écoute sensible dans la formation des professionnels de la santé*. Conferência para a Escola Superior de Ciências da Saúde, Brasília, jul. 2002. Disponível em: <<http://www.barbier-rd.nom.fr/ESCUTASENSIVEL.PDF>>. Acesso em: 30 abr. 2011.

_____. *O educador como passeur de sentido e a pesquisa-ação como ambiente de formação do educador*. Conferência apresentada durante o 2º Encontro Presencial do 3º Curso de Especialização em Educação Continuada e a Distância da Faculdade de Educação da Universidade de Brasília, 21 jul. 2000.

BRASIL. Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática. SEF. Brasília: MEC/SEF, 1997.

BROLEZZI, A. C. *A tensão entre o discreto e o contínuo na história da Matemática e no ensino da Matemática*. 1996. Tese (Doutorado) – Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo, São Paulo, 1996.

BROUSSEAU, G. *Introdução ao estudo das situações didáticas: conteúdos e métodos de ensino*. São Paulo: Ática, 2008.

CARAÇA, B. G. *Conceitos fundamentais da matemática*. Lisboa: Gradiva, 2010.

CAZORLA, I.; SANTANA, E. (Org.). *Do tratamento da informação ao letramento estatístico*. Itabuna: Via Literarum, 2010.

CUNHA, M. R. K. *Estudo das elaborações dos professores sobre o conceito de medidas em atividades de ensino*. 2008. Tese (Doutorado) – Faculdade de Educação da Universidade Estadual de Campinas, 2008.

DISTRITO FEDERAL. *Orientações Curriculares: Educação Básica do DF – Ensino Fundamental – Séries e Anos Iniciais*. Brasília: SEE/DF, 2008.

FÁVERO, M. H.; CUNHA, C. (Orgs.). *Psicologia do conhecimento: o diálogo entre as ciências e a cidadania*. Brasília: Unesco; Instituto de Psicologia da Universidade de Brasília; Líber Livro, 2009.

FÁVERO, M. H. *Psicologia e conhecimento: subsídios da psicologia do desenvolvimento para a análise de ensinar e aprender*. Brasília: Editora Universidade de Brasília, 2005.

FREIRE, P. *Professora sim, tia não: cartas a quem ousa ensinar*. São Paulo: Olho d'Água, 1994.

IBIAPINA, I. M. L. de Melo. *Pesquisa colaborativa: investigação, formação e produção de conhecimentos*. Brasília: Líber livro, 2008.

MACHADO, N. J. *Medindo cumprimentos*. São Paulo: Scipione, 2000.

MALBA TAHAN. *O homem que calculava*. 46. ed. Rio de Janeiro: Record, 1998.

MANDARINO, M. C. F. Que conteúdos da matemática escolar professores dos anos iniciais do ensino fundamental priorizam? In: GUIMARÃES, G.; BORBA, R. (Orgs.). *Reflexões sobre o ensino de matemática nos anos iniciais de escolarização*. Recife: SBEM, 2009. (Coleção SBEM, v. 6)

MOURA, A. R. L. de. *A medida e a criança pré-escolar*. 1995. Tese (Doutorado) – Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1995.

MUNIZ, C. A. A produção de notações matemáticas e seu significado. In: FÁVERO, M. H.; CUNHA, C. *Psicologia do conhecimento: o diálogo entre as ciências e a cidadania*. Brasília: Unesco; Instituto de Psicologia da Universidade de Brasília; Líber Livro, 2009a.

_____. Diversidade dos conceitos das operações e suas implicações nas resoluções de classes de situações. In: GUIMARÃES, G.; BORBA, R. (Orgs.). *Reflexões sobre o ensino de matemática nos anos iniciais de escolarização*. Recife: SBEM, 2009b.

_____. *Fundamentos básicos de Educação Matemática para início de escolarização*. Mód. I, v. 2 do Curso de Pedagogia para Professores em Início de Escolarização (PIE). Brasília: FE/UnB, 2001.

_____. Mediação e conhecimento matemático. In: TACCA, M. C. (Org.). *Aprendizagem e trabalho pedagógico*. Campinas: Alínea, 2006.

_____. O conceito de “esquema” para um novo olhar para a produção matemática na escola: as contribuições da Teoria dos Campos Conceituais. In: BITTAR, M.; MUNIZ, C. A. (Orgs.). *A aprendizagem matemática na perspectiva da teoria dos campos conceituais*. 1. ed. Curitiba: CRV, 2009c.

MUNIZ, C. A.; BATISTA, C. O.; SILVA, E. B. *Matemática e cultura: decimais, medidas e sistema monetário*. Pedagogia Mód. IV do Curso de Pedagogia para Professores em Início de Escolarização (PIE). Brasília: FE/UnB, 2008.

PIAGET, J. *Seis estudos de Psicologia*. 24. ed. São Paulo: Forense, 2002.

REY, F. G. *Sujeito e subjetividade: uma aproximação histórico-cultural*. Tradução de Raquel Souza Lobo Guzzo. São Paulo: Pioneira Thomson, 2005.

SCHÖN, D. *Educando o Profissional Reflexivo: um novo design para o ensino e aprendizagem*. Trad. Roberto Cataldo Costa. Porto Alegre: Artes Médicas, 2000.

SILVA, I. *História dos pesos e medidas*. São Carlos: EdUFCar, 2004. 190p.

TACCA, M. C. Estratégias pedagógicas: conceituação e desdobramentos com o foco nas relações professor-aluno. In: TACCA, M. C. (Org.). *Aprendizagem e trabalho pedagógico*. 2. ed. Campinas: Alínea, 2008.

VERGNAUD, G. A contribuição da psicologia nas pesquisas sobre a educação científica, tecnológica e profissional do cidadão. In: FÁVERO, M. H.; CUNHA, C. (Orgs.). *Psicologia do conhecimento: o diálogo entre as ciências e a cidadania*. Brasília: Unesco; Instituto de Psicologia da Universidade de Brasília; Líber Livro, 2009a.

_____. *A criança, a matemática e a realidade: problemas do ensino da matemática na escola elementar*. Tradução de Maria Lúcia Faria Moro; revisão técnica de Maria Tereza Carneiro Soares. Curitiba: UFPR, 2009b.

_____. A gênese dos campos conceituais. In: GROSSI, E. P. *Por que ainda há quem não aprende?* Petrópolis, RJ: Vozes, 2003.

_____. Invariantes quantitativos, qualitativos e relacionais. In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL SOBRE DIDÁTICA DA MATEMÁTICA – O Campo Conceitual da Multiplicação, set. 2001. *Anais...* Porto Alegre: GEEMPA, 2001.

_____. O que é aprender? In: BITTAR, M.; MUNIZ, C. A. (Orgs.). *A aprendizagem matemática na perspectiva da Teoria dos Campos Conceituais*. Curitiba: CRV, 2009c.

_____. Um campo chamado conceitual. In: CONFERÊNCIA NACIONAL DE EDUCAÇÃO, CULTURA E DESPORTO, 3., 2002. *Anais...* Brasília: Comissão de Educação, Cultura e Desporto – Câmara dos Deputados, 2002.

VIGOTSKY, L. S. *A construção do pensamento e da linguagem*. Tradução de Paulo Bezerra. São Paulo: Martins Fontes, 2000.

_____. *A formação social da mente*. São Paulo: Martins Fontes, 1984.

_____. *Psicologia pedagógica*. Porto Alegre: ArtMed, 2003.

BIBLIOGRAFIA COMPLEMENTAR

DUHALDE, M. E.; CUBERES, M. T. G. *Encuentros cercanos com la matemática*. 3. ed. Buenos Aires: Aique, 2007.

GONÇALVES, H. de A. *Manual de monografia, dissertação e tese*. São Paulo: Avercamp, 2004.

_____. *Pesquisa qualitativa e subjetividade: os processos de construção da informação*. Tradução Marcel Aristides Ferrada Silva. São Paulo: Pioneira Thomson, 2005.

HENRIQUES, A. Dinâmica dos elementos da geometria plana em ambiente computacional cabri-géomètre II. In: CARZOLA, I e SANTANA, E. (orgs.). *Do tratamento da informação ao letramento estatístico*. Itabuna: Via Litterarum, 2010.

LORENZATO, S. Educação Infantil e percepção matemática. Campinas, SP: Autores Associados, 2008.

NUNES, T. et al. *Educação Matemática 1: números e operações numéricas*. São Paulo: Cortez, 2005.

PAIS, L.C. *Didática da Matemática: uma análise da influência francesa*. 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2002.

PLAISANCE, E; VERGNAUD, G. *As ciências da Educação*. Tradução de Nadyr de Salles Penteadó; Odila Aparecida de Queiroz. São Paulo: Edições Loyola, 2003.

SANTOS, G. T. *Orientações metodológicas para elaboração de trabalhos acadêmicos*. São Paulo: Gion, 2000.

SCHIEMANN, A. L. D.; CARRAHER, D. W.; CARRAHER, T. N.. *Na vida dez, na escola zero*. 8. ed. São Paulo: Cortez, 1994.

SHOR, I.; FREIRE, P. *Medo e ousadia – O cotidiano do professor*. Tradução de Adriana Lopez; revisão técnica de Lólio Ourenço de Oliveira. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1986.

APÊNDICE A – Oficina ministrada na escola para construir o cenário de pesquisa

Universidade de Brasília – Faculdade de Educação
Programa de Pós-graduação – Mestrado em Educação
Período 1/2010

Oficina:

**Grandezas e Medidas
no Processo Aprendizagem-Ensino
da Matemática dos Anos Iniciais**

Mestranda: Cília Cardoso Rodrigues da Silva
Orientador: Prof. Dr. Cristiano Alberto Muniz

Brasília, 4 de fevereiro de 2010.

QUEM SOU e QUAL MINHA INTENÇÃO...

Sou professora da Secretaria de Estado de Educação do Distrito Federal desde 1993, atuei em vários espaços como sala de aula, vice-direção, coordenação pedagógica, Projeto Meninos e Meninas de Rua, Vira Brasília à Educação, entre outros. Atualmente, desde 2009, estou afastada para estudos por dois anos, a fim de desenvolver o Mestrado em Educação na Universidade de Brasília, na área de concentração Aprendizagem e Trabalho Pedagógico, no eixo de interesse Educação Matemática, sob a orientação do Prof. Dr. Cristiano Alberto Muniz. O tema que estou desenvolvendo em meus estudos se refere aos conceitos na aprendizagem-ensino das grandezas e medidas comprimento, massa e capacidade nos anos iniciais, cujo objetivo geral é analisar a formação de conceitos no campo das grandezas e medidas comprimento, massa e capacidade de alunos do 4º ano do Ensino Fundamental (EF).

São praticamente 17 anos de atuação em escolas da rede pública do DF, nos quais me deparei com situações diversas, que me levaram a propor e desenvolver estratégias que fujam do senso comum, ou seja, que sigam a lógica do processo de aprendizagem e não a lógica do conteúdo. Percebi, ao longo de minha experiência, que os alunos necessitam de aulas dinâmicas e reflexivas, uma vez que demonstram curiosidade e interesse em compartilhar seus conhecimentos cotidianos com os colegas e as professoras.

O que me impulsionou a realizar um mestrado em educação nesse tema foi perceber que, ao longo desses anos, o bloco de conteúdos Grandezas e Medidas, proposto tanto nos PCN quanto nas Orientações Curriculares – Ensino Fundamental – Séries e Anos Iniciais da Secretaria de Estado de Educação do DF, geralmente, é pouco desenvolvido em sala de aula. São temas e conteúdos que me instigam e desafiam, mesmo porque, minha experiência em diversas escolas públicas do DF e em sala de aula, bem como nos encontros em coordenações pedagógicas, leva-me a concluir que os conteúdos que se relacionam às grandezas e medidas, além de serem dados no final do ano letivo, têm seu ensino baseado nas unidades padrão estabelecidas e nas transformações mecânicas de múltiplos e submúltiplos, nem sempre conectados aos sentimentos e percepções da vida cotidiana do aluno, que

são essenciais para a sua aprendizagem e seu desenvolvimento, a fim de construir novos saberes e atuar no contexto social em que vivenciam diversas experiências.

Para que eu possa dar início as minhas investigações e ir a campo como pesquisadora, proponho uma oficina a ser desenvolvida e executada, neste ano letivo de 2010, na Escola Classe 304 Norte, na Semana Pedagógica, que ocorrerá no período de 3/2/2010 a 9/2/2010. A referida oficina, intitulada “Grandezas e Medidas no Processo Aprendizagem-Ensino da Matemática dos Anos Iniciais”, tem como objetivo apresentar às professoras a pesquisa que será realizada nesta escola. Tal oficina será essencial para o desenvolvimento da pesquisa, pois é a partir dela que estarei inicialmente construindo conversas dialogadas com os professores regentes da escola, com o intuito de contagiá-los e convidá-los para se tornarem sujeitos participantes da pesquisa junto com seus alunos. Será uma oficina de Educação Matemática envolvendo atividades relacionadas a grandezas e medidas, já que a pesquisa tem o objetivo geral, como já explicitado, de analisar a formação de conceitos no campo das grandezas e medidas: comprimento, massa e capacidade de alunos do 4º ano do Ensino Fundamental (EF).

Reitero que é uma experiência nova para mim. Ao pensar e criar esta proposta, deparo-me com alguns desafios. Um deles foi elaborar a oficina com uma estrutura que atenda as diversidades, ou seja, a participação de um grupo de professoras, as quais ministram classes do primeiro ano ao quinto ano do Ensino Fundamental.

Elaborar a oficina obriga-me a assumir um posicionamento em relação aos teóricos que fundamentam nossos estudos, assim como estabelecer a metodologia utilizada e as concepções acerca do processo de aprendizagem e ensino. Nesse sentido, construímos uma proposta pautada em teóricos como Piaget, Vigotsky, Muniz, Vergnaud, Brousseau, Freire, entre outros, por acreditarmos que a aprendizagem é um processo de relações sociais estabelecidas que nos levam ao desenvolvimento das nossas funções psicológicas superiores. Como penso que o processo educativo acontece na interação, no diálogo e na comunicação dos saberes – ou seja, cada sujeito, com sua história, crença, política, ética, emoção, cognição etc. imbricados –, pretendo desafiar os participantes a desenvolver as ações em pequenos grupos, para que possam, a partir de suas experiências, trocar, discutir, refletir, argumentar, problematizar e construir novos saberes (conhecimento). Ao propor a atividade em pequenos grupos, a intenção é propor

uma aprendizagem colaborativa em que todos possam pensar as ações e construí-las coletivamente. Creio na possibilidade de construir uma prática transformadora, libertadora, como nos propõe Paulo Freire. Por isso, a intenção também será trazer reflexões críticas sobre o ensino da matemática.

Acrescento a importância do professor como mediador nesse processo e proponho como estratégia avaliativa a escuta-sensível, uma vez que esta é essencial no processo aprendizagem-ensino, como um recurso que ajudaria a buscar e montar novas propostas, fazendo a diferença no processo aprendizagem-ensino das grandezas e medidas.

Enfim, concluo que acredito no papel do professor em sala de aula como aquele que organiza o trabalho pedagógico, propõe instrumentos de mediação, reflete, argumenta, problematiza, escuta, facilita, cria, muda e transforma, sem deixar de considerar o papel do aluno, que move todas essas ações do professor.

DISCIPLINA: Educação Matemática

CONTEXTO:

A oficina será ministrada na Escola Classe 304 Norte, na Semana Pedagógica do ano letivo de 2010, que ocorrerá no período de 3/2/2010 a 9/2/2010. Será selecionado, pela direção deste estabelecimento de ensino, um dia da Semana Pedagógica para que se possa desenvolver a oficina.

Ela se dirige às professoras, as quais fazem parte do corpo docente da escola mencionada e atuam do primeiro ao quinto ano do Ensino Fundamental, constituindo-se num grupo que acredita na possibilidade de mudanças significativas no processo de aprender-ensinar a Matemática no espaço educacional, trazendo reflexões teóricas e experiências práticas para serem discutidas e ampliadas.

CONTRATO DIDÁTICO

Ao iniciar a oficina, faremos uma breve apresentação da proposta e também discorreremos sobre as intenções para firmamos o nosso contrato didático. É claro que daremos espaço para sugestões. Faremos o convite despertando o interesse e o desejo para que os alunos participem do projeto.

TEMA: Grandezas e Medidas

TÍTULO DA OFICINA: Grandezas e medidas no processo aprendizagem-ensino da Matemática nos anos iniciais

OBJETIVO GERAL: Proporcionar uma reflexão crítica sobre a aprendizagem-ensino e sua contribuição no desenvolvimento conceitual das grandezas e medidas nos anos iniciais.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS:

- apresentar o colega matematicamente;
- refletir sobre as grandezas e medidas no currículo de Matemática no Ensino Fundamental;
- discutir os doze princípios que devem permear o processo aprendizagem-ensino de grandezas e medidas;
- promover discussão, com suas ideias, sobre as relações existentes entre os pares quantidade/qualidade e discreto/contínuo no processo ensino-aprendizagem de grandezas e medidas;
- diferenciar grandezas e medidas;
- proporcionar estratégias que levem às ações de medir;
- convidar as professoras a participarem da pesquisa a ser desenvolvida; e
- avaliar a oficina.

CONTEÚDOS:

- identidade e os diversos conceitos matemáticos;
- grandezas e medidas no currículo de Matemática no Ensino Fundamental;
- doze princípios no processo de aprendizagem e ensino de grandezas e medidas;
- os pares quantidade/qualidade e discreto/contínuo no processo de aprendizagem e ensino de grandezas e medidas;
- as ações de medir nas situações cotidianas; e
- avaliação processual.

TÉCNICA:

- dinâmica de apresentação; e
- pequenos grupos.

RECURSOS:

- texto informativo;
- falas cotidianas (depoimento das professoras);
- gravuras diversas;
- caixa matemática;
- cartões de apresentação;
- data-show ou retroprojeter; e
- conjunto de objetos-medida.

AValiação:

Ao longo da oficina, estarei observando as ações dos participantes nos objetos de conhecimento (textos, depoimentos, materiais, instrumentos e ações de medir) para possíveis ajustes no planejamento ao longo do processo.

Os participantes dos pequenos grupos receberão um conjunto de objetos-medida e serão desafiados a medir esses objetos e planejar uma aula fazendo uso deles. O planejamento deverá ser entregue por escrito numa folha de papel.

Os participantes deverão manifestar através de palavras ou desenhos seu sentimento com relação à oficina: se houve aprendizagem ou não, o que poderia melhorar, se o tempo foi suficiente, o que deu certo, se pretendem continuar com a oficina e sugerir novas propostas.

Por fim, convidar as professoras a participarem da pesquisa.

Este projeto é flexível e estará em constante avaliação, incluindo os registros e as discussões, as quais os professores deverão realizar nos períodos de coordenação para possíveis ajustes.

BIBLIOGRAFIA

ALMOULOUD, S. A. *Fundamentos da didática da matemática*. Curitiba: Ed. UFPR, 2007.

BARBIER, R. *A escuta sensível na abordagem transversal*. São Carlos: UFSCar, 1998.

_____. *L'écoute sensible dans la formation des professionnels de la santé*. Conferência para a Escola Superior de Ciências da Saúde, Brasília, jul. 2002. Disponível em: <<http://www.barbier-rd.nom.fr/ESCUTASENSIVEL.PDF>>. Acesso em: 30 abr. 2011.

_____. *O educador como passeur de sentido e a pesquisa-ação como ambiente de formação do educador*. Conferência apresentada durante o 2º Encontro Presencial do 3º Curso de Especialização em Educação Continuada e a Distância da Faculdade de Educação da Universidade de Brasília, 21 jul. 2000.

BRASIL. Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática. SEF. Brasília: MEC/SEF, 1997.

CUNHA, M. R. K. *Estudo das elaborações dos professores sobre o conceito de medidas em atividades de ensino*. 2008. Tese (Doutorado) – Faculdade de Educação da Universidade Estadual de Campinas, 2008.

DISTRITO FEDERAL. *Orientações Curriculares: Educação Básica do DF – Ensino Fundamental – Séries e Anos Iniciais*. Brasília: SEE/DF, 2008.

FREIRE, P. *Professora sim, tia não: cartas a quem ousa ensinar*. São Paulo: Olho d'Água, 1994.

GONÇALVES, H. A. *Manual de monografia, dissertação e tese*. São Paulo: Avercamp, 2004.

GONZÁLEZ REY, F. *Pesquisa qualitativa e subjetividade: os processos de construção da informação*. Tradução Marcel Aristides Ferrada Silva. São Paulo: Pioneira Thomson, 2005.

MUNIZ, C. A. *Fundamentos básicos de Educação Matemática para início de escolarização*. Mód. I, v. 2 do Curso de Pedagogia para Professores em Início de Escolarização (PIE). Brasília: FE/UnB, 2001.

MUNIZ, C. A.; BATISTA, C. O.; SILVA, E. B. *Matemática e cultura: decimais, medidas e sistema monetário*. Pedagogia Mód. IV do Curso de Pedagogia para Professores em Início de Escolarização (PIE). Brasília: FE/UnB, 2008.

PAIS, L. C. *Didática da Matemática: uma análise da influência francesa*. 2.ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2002.

PLAISANCE, E; VERGNAUD, G. *As ciências da Educação*. Tradução de Nadyr de Salles Penteadó; Odila Aparecida de Queiroz. São Paulo: Edições Loyola, 2003.

SCHIEMANN, A. D. *Na vida dez, na escola zero*. 8. ed. São Paulo: Cortez, 1994.

SANTOS, G. T. *Orientações metodológicas para elaboração de trabalhos acadêmicos*. São Paulo: Gion, 2000.

TACCA, M. C. (Org.). *Aprendizagem e trabalho pedagógico*. Campinas: Alínea, 2006.

VIGOTSKY, L. S. *Psicologia pedagógica*. Porto Alegre: ArtMed, 2003.

_____. *A formação social da mente*. São Paulo: Martins Fontes, 1984.

_____. *Pensamento e linguagem*. São Paulo: Martins Fontes, 1984b.

APÊNDICE B – Estrutura da oficina oferecida na escola

A oficina poderá ocorrer pela manhã ou à tarde.

Duração de 4 horas: 8 às 12 ou 14 às 18, caso haja necessidade, também pode ser de 2 horas.

ABERTURA

- dinâmica de apresentação.

APRESENTAÇÃO RÁPIDA PROJETO DE PESQUISA

- objetivos.

LEITURA TEXTO – Doze princípios para o processo de aprendizagem e ensino-ensino grandezas e medidas

- discussão em grupo; e
- reflexão grandezas e medidas no currículo

ATIVIDADES – Pares discreto/contínuo; grandezas/medidas e quantidade/qualidade

- situações problemas

Intervalo

DINÂMICA

- percepção dos seres matemáticos.

ESTRATÉGIAS – Ações de medir

- desafios – conjunto de situações-problema.

AVALIAÇÃO

- planejamento.

CONVITE PARA PARTICIPAR DA PESQUISA

AGENDA

8:00 às 8:15 – História “Bolinho”

8:15 às 8:30 – Apresentação *slides*

8:30 às 9:00 – Apresentação “Ser Matemático”

9:00 às 9:15 – Atividades com as imagens

9:15 às 9:45 – Ações de medir

9:45 às 10:00 – Avaliação e Convite para participar da pesquisa

APÊNDICE C – Comunicação via e-mails com a escola**Oficina Semana Pedagógica**

Cília Silva para ec304n

26/11/09

Bom Dia!

Roberta, conforme conversamos, estou encaminhando o nome da oficina: "Grandezas e medidas no processo aprendizagem-ensino da Matemática nos Anos Iniciais" que gostaria de ministrar na semana pedagógica para todos os professores da Escola Classe 304 Norte, com o objetivo de apresentar minha pesquisa, que será realizada juntamente com o Professor Cristiano.

Depois mando toda a estrutura da oficina.

Desde já agradeço,

Abraços,

Cília.

Escola Classe 304 Norte para mim

27/01/10

Cília,

Boa tarde,

Délia pediu para te avisar que na quinta (04/02/2010), no período da tarde, as professoras estarão fazendo escolha de turma, sendo assim não poderemos estar com você. Marque o dia que vc pretende vir aqui e nos envie a estrutura da oficina.

Com carinho

Ana

Escola Classe 304 Norte

SQN 304 - Área Especial - Brasília - DF

Tel: 39017585 ou 33285698

Blog: www.ec304n.blogspot.com.br

De: Cília Silva <ciliacr@gmail.com>**Para:** ec304n@yahoo.com.br**Enviadas:** Quinta-feira, 26 de Novembro de 2009 9:42:15**Assunto:** Oficina Semana Pedagógica

- Mostrar texto das mensagens anteriores -

Cília Silva para ec304n

28/01/10

Bom Dia!

Ana,
por favor, avise para Délia que estou disponível qualquer dia.
Podem marcar data e horário, que estarei presente. Me avisem ainda esta semana. Estou encaminhando a estrutura da oficina.

Abraço,

Cília.

Em 27 de janeiro de 2010 16:16, Escola Classe 304

Norte <ec304n@yahoo.com.br> escreveu:

- [Mostrar texto das mensagens anteriores](#) -

 **Oficina Grandezas e Medidas.doc**
52K [Visualizar](#) [Baixar](#)

Cília Silva para ec304n

28/01/10

Olá Ana,

Eu de novo. Esqueci de anexar estrutura da oficina, somente anexe o projeto da oficina. Agora vai a estrutura, a oficina pode durar de 2 a 4 horas, fica a escolha da escola. Deem uma olhada também no projeto. Obrigada. Abraço, Cília.

Em 28 de janeiro de 2010 10:18, Cília Silva <ciliacr@gmail.com> escreveu:

- [Mostrar texto das mensagens anteriores](#) -

 **Estrutura Oficina.doc**
26K [Visualizar](#) [Baixar](#)

Escola Classe 304 Norte para mim

28/01/10

Cília,
 Perdão por não ter dado um retorno, a manhã foi cheia.
 As meninas com certeza vão olhar tudo, definir e daremos uma resposta mais precisa.
 Com carinho,
 Ana

Escola Classe 304 Norte
 SQN 304 - Área Especial - Brasília - DF
 Tel: 39017585 ou 33285698
 Blog: www.ec304n.blogspot.com.br

De: Cilia Silva <ciliacr@gmail.com>
Para: Escola Classe 304 Norte <ec304n@yahoo.com.br>
Enviadas: Quinta-feira, 28 de Janeiro de 2010 13:22:29
Assunto: Re: Oficina Semana Pedagógica
 - Mostrar texto das mensagens anteriores -
 - Mostrar texto das mensagens anteriores -
[Responder](#) [Encaminhar](#)

Escola Classe 304 Norte para mim

298/01/10

Oi, Cília,
 Agendamos a Oficina para a quinta-feira, 4/2, no período matutino.
 Quanto ao horário, achamos melhor por 2 horas.
 Se necessário, mantenha contato.
 Um abraço,
 Roberta e Délia

Escola Classe 304 Norte
 SQN 304 - Área Especial - Brasília - DF
 Tel: 39017585 ou 33285698
 Blog: www.ec304n.blogspot.com.br

De: Cilia Silva <ciliacr@gmail.com>
Para: Escola Classe 304 Norte <ec304n@yahoo.com.br>
Enviadas: Quinta-feira, 28 de Janeiro de 2010 14:22:29

Assunto: Re: Oficina Semana Pedagógica
 - Mostrar texto das mensagens anteriores -
 - Mostrar texto das mensagens anteriores -
[Responder](#) [Encaminhar](#)

Cília Silva para ec304n

29/01/10

Oi, Roberta e Délia,

está combinado a oficina, este dia e horário estão ótimos.
Então, fica combinado o horário das 8:00 às 10:00, pode ser?
Segunda-feira vou dar uma passada na escola para acertarmos os detalhes.

Obrigada,
Cília.

Em 29 de janeiro de 2010 19:11, Escola Classe 304

Norte <ec304n@yahoo.com.br> escreveu:

- [Mostrar texto das mensagens anteriores](#) -

APÊNDICE D – Complemento de frases

Cara professora,
na semana pedagógica de 2010, acontecerá a oficina: “Grandezas e medidas no processo aprendizagem-ensino da Matemática nos anos iniciais”, com o objetivo de apresentar minha pesquisa que será realizada nesta escola, durante o ano letivo de 2010. Para que eu possa planejá-la e organizá-la, necessito de algumas informações suas, as quais serão essenciais no processo da construção desta oficina.

Desde já agradeço,
Abraços, Cília.

PERFIL PROFISSIONAL

Minha formação

A minha experiência com o magistério Já acontece há

Atualmente, atuo

Em 2010 pretendo atuar

Em minha experiência, ocorrida nos 3 últimos anos, dos conteúdos Números e Operações; Espaço e Forma; Grandezas e Medidas; e Tratamento da Informação, o que dei mais ênfase foi:

Porque

A Matemática (comparando com as outras disciplinas), no meu dia a dia de sala de aula, acontece

INFORMAÇÕES IMPORTANTES PARA A CONSTRUÇÃO DA OFICINA:

Para mim, a diferença entre grandeza e medida é

Quando se trata de grandezas e medidas na sala de aula, o conteúdo que eu mais gosto de trabalhar é

Porque

As dificuldades que encontro para trabalhar grandezas e medidas em sala de aula são

Caso queira, deixe seu Nome _____

APÊNDICE E – Planejamento do cenário de pesquisa

PLANEJAMENTO CENÁRIO DA PESQUISA

Pesquisador deverá propor:

1. discutir e estudar os temas: grandezas e medidas; sala de aula como construção dos saberes; situações didáticas e a-didáticas; construção de conceitos etc.
2. buscar compreender o que é uma grandeza e o que é medir;
3. distinguir os pares discretos/contínuos e qualidades/quantidades;
4. montar sequência didática;
5. aplicar em sala de aula as tarefas da sequência didática;
6. discutir, na coordenação pedagógica individual, como foi o desenvolvimento da sequência didática proposta;
7. após discussão em coordenação pedagógica individual, voltar para a sala de aula e observar como os alunos desenvolvem as situações propostas;
8. analisar as produções dos alunos: ações de medir e registros feitos por eles; e
9. socializar na coordenação coletiva por série as ações desenvolvidas.

Professor deve estar disposto a:

1. sentar com a pesquisadora para discutir e estudar, se possível, dentro e fora do espaço escolar;
2. montar com a pesquisadora as sequências didáticas a serem desenvolvidas em sala de aula;
3. desenvolver em sala de aula as sequências didáticas; e
4. elaborar, com a pesquisadora, tarefas nas quais os alunos possam fazer registros escritos para serem analisados pela pesquisadora – produções dos alunos (protocolos dos alunos e ações dos alunos).

APÊNDICE F – Autorização dos pais dos alunos**AUTORIZAÇÃO**

Eu, *Cília Cardoso Rodrigues da Silva*, professora da Secretaria de Estado de Educação do DF, mestranda no programa de Pós-Graduação em Educação, na Universidade de Brasília, sob orientação do Prof. Dr. Cristiano Alberto Muniz, estou realizando pesquisa em Educação Matemática, que será apresentada na Universidade como requisito parcial para obtenção do título mestre em Educação.

Para o desenvolvimento da pesquisa, que tem como objeto *a construção de conceitos na aprendizagem-ensino das grandezas e medidas comprimento, massa e capacidade nos anos iniciais*, após autorização da diretora desta escola e da professora, tenho realizado observações em sala de aula de turmas de 3ª séries e participado da coordenação pedagógica com as professoras regentes da referida série.

Dessa forma, necessito realizar algumas filmagens e gravações em áudio no contexto da sala de aula para possível coleta de dados, os quais contribuirão para a construção de informações para a referida pesquisa. As filmagens feitas serão aquelas em que alunos e professora estarão agindo sobre tarefas propostas na sala de aula envolvendo alguma ação de medir.

Por isso, solicito ao senhor pai e/ou responsável autorização de participação e utilização das imagens do seu(u) filho(a), realizadas em sala de aula, com o fim de obter os dados para a referida pesquisa e escrita da dissertação. Informo que não faremos nenhuma comparação das imagens, no entanto, preciso da sua autorização para divulgar as imagens na dissertação sem colocar o nome das crianças nem da professora.

Esclareço que não nomearemos as crianças e a professora, o material registrado na escola será utilizado apenas para a dissertação e os nomes utilizados serão fictícios.

Desde já agradeço.

Cília Cardoso R. da Silva
Professora Pesquisadora

Ass. Pai e/ou Responsável
AUTORIZAÇÃO

Prof. Dr. Cristiano A. Muniz
Orientador da Pesquisa

Roberta Callaça Gadioli Farage
Diretora da Escola

Brasília, ____ de abril de 2010.

APÊNDICE G – História: “A guerra das medidas”

Houve um tempo em que cada povo tinha um sistema próprio de fazer medidas. Essas medidas eram diferentes de um lugar para o outro, de um reino para o outro. Agora você vai conhecer uma história que conta como, entre dois reinos, aconteceu...

A guerra das medidas

Havia, antigamente, dois reis muito ricos e amigos, que eram vizinhos. Um deles era conhecido como Rei do Gado e o outro como Rei das Frutas.

Em uma festa, decidiram que os dois reinos seriam unidos pelo casamento de seus filhos.

Durante o noivado, o Rei das Frutas enviou ao outro soberano, por um mensageiro, cinquenta pés de um lindo tecido e uma carta, falando do seu presente.

Quando o costureiro do Rei do Gado mediu o tecido, constatou que havia apenas 40 pés.

O Rei do Gado, furioso, mandou prender o mensageiro, achando que ele tinha cometido um roubo, e devolveu o presente com outra carta, explicando tudo.

Quando o tecido e a carta chegaram, o Rei das Frutas mandou conferir a medida e verificou que ela estava correta. Enviou, então, o presente de volta, mas o presente foi novamente recusado pelo Rei do Gado.

O Rei das Frutas pediu que o tecido fosse medido na sua frente e, depois, foi levar pessoalmente o tecido ao seu vizinho.

Ao se encontrarem, os reis verificaram que o problema estava na diferença de tamanho dos seus pés, concluíram, então, que era preciso haver uma medida única para todos os reinos.

Entretanto, cada um queria que o tamanho do seu pé fosse essa medida. E a conversa acabou em briga, que acabou em guerra...

A guerra não resolveu nada. Um dia, os sábios do rei se uniram para pensar em uma solução. Pensaram, pensaram, e acabaram criando uma medida maior que o pé de qualquer Rei: O METRO.

(autor desconhecido)